

УДК 624.191:536.24

аспір. **Вадим Задіранов**,  
vadimharij@gmail.com, ORCID: 0009-0002-9179-9753,  
Харківський національний університет міського  
господарства імені О.М. Бекетова

<https://doi.org/10.32347/2409-2606.2025.55.96-114>

## **ЧИСЕЛЬНЕ 3D-МОДЕЛЮВАННЯ НЕСТАЦІОНАРНОГО ТЕМПЕРАТУРНОГО ПОЛЯ ВНУТРІШНЬОЇ ПОВЕРХНІ ТУНЕЛЮ МЕТРОПОЛІТЕНУ**

***Анотація.** Точний розрахунок температури ґрунту навколо тунелю метро неможливий без правильного оцінювання температури поверхні внутрішньої стінки тунелю, яка визначається комбінацією внутрішніх факторів у тунелі, а саме: аеродинамікою потоку, тепловиділенням від поїздів, конвективним теплообміном між повітрям і тунелем, а також властивостями та товщиною чавунного облицювання. Попереднє 2D-дослідження виявило загальні особливості температурного поля та підтвердило потенціал використання теплоти, що скидається системою метро. Однак, воно не може принципово відтворити просторово-часову динаміку теплових потоків і тому не дозволяє повністю врахувати режими роботи тунелю. У цій роботі розроблено числову 3D-модель у COMSOL Multiphysics для пов'язаного аналізу теплових процесів у міжстанційному тунелі. Модель враховує тимчасове тепловиділення від рухомого складу, представленого як лінійне джерело теплоти, аеродинаміку турбулентного повітряного потоку в тунелі та теплообмін з внутрішньою поверхнею чавунного облицювання. Ключовий принцип дослідження полягає в тому, що температура поверхні внутрішньої стінки не є заданою як фіксоване значення. Натомість, вона отримується зі зв'язаного аеродинамічного та теплового моделювання як функція часу. Отримана температура буде використана в майбутній роботі як фізично обґрунтована гранична умова на межі розділу кріплення та ґрунту під час вирішення задач теплопередачі в навколишньому ґрунтовому масиві, тим самим підвищуючи надійність прогнозів температури ґрунту.*

**Ключові слова:** метрополітен, утилізація скидної теплоти, теплообмінники, теплопередача, тепловий насос

**Вступ.** Точний розрахунок температури ґрунту навколо тунелю метрополітену неможливий без коректного оцінювання температури внутрішньої поверхні стінки тунелю, яка формується сукупністю його внутрішніх факторів – аеродинамікою потоку, тепловиділенням поїздів,

теплообміном між повітрям і тунелем, а також властивостями та товщиною чавунної обшивки. Попереднє 2D-дослідження [1] показало загальний характер температурного поля і підтвердило перспективність використання скидної теплоти метрополітену, але принципово не відтворює просторово-часову динаміку теплових потоків, що не дозволяє повноцінно врахувати експлуатаційні режими тунелю. У даній роботі розроблено чисельну 3D-модель у програмі COMSOL Multiphysics для пов'язаного аналізу теплових процесів у перегінному тунелі. У даному дослідженні враховано нестационарне тепловиділення рухомого складу як лінійне джерело, особливості розвитку турбулентного потоку в тунелі, а також теплообмін з внутрішньою поверхнею чавунної обшивки. Ключовий принцип дослідження: температура внутрішньої поверхні стінки тунелю не задається як фіксоване значення, а визначається розрахунком пов'язаної аеродинамічно-теплової моделі як функція часу. Отримана величина в майбутньому буде прийматися як фізично обґрунтована гранична умова на межі обшивки та ґрунту при вирішенні задач теплоперенесення в навколишньому масиві, що підвищує достовірність розрахунків температурного поля.

**Актуальність дослідження.** Для реалізації концепції утилізації скидної теплоти метрополітену з використанням вертикальних ґрунтових теплообмінників необхідний достовірний просторово-часовий температурний профіль у ґрунті навколо тунелю. Ключовим входом для його розрахунку є температура внутрішньої поверхні стінки тунелю, яка формується сукупністю аеродинамічних, теплотехнічних і конструктивних факторів всередині цього тунелю.

**Формулювання цілей статті.** Визначити просторово-часовий розподіл температури внутрішньої поверхні стінки тунелю, що формується спільним впливом аеродинамічних, теплотехнічних і конструктивних факторів.

**Загальні умови.** Раніше в дослідженні [1] була реалізована двовимірна (2D) модель теплової взаємодії перегінного тунелю метрополітену з навколишнім ґрунтом і вертикальними ґрунтовими теплообмінниками. Це дозволило встановити факт впливу тунелю метрополітену на роботу вертикальних ґрунтових теплообмінників. Однак, 2D модель має принципові обмеження, пов'язані з неможливістю опису тривимірної геометрії системи та просторово-часової динаміки теплових потоків, а також не дозволяє врахувати експлуатаційні характеристики тунелю. У зв'язку з цим для аналізу температурного поля та його впливу на навколишнє середовище доцільно застосувати 3D-чисельний метод, заснований на вирішенні рівнянь теплопередачі методом скінченних елементів (FEM), реалізованих у програмі COMSOL Multiphysics. У даній моделі розглядається перегінний тунель

---

метрополітену між станціями «Вокзальна» і «Центральний ринок», де буде змодельовано тунельне повітря та теплове навантаження від поїздів і пасажирів; додано чавунне обшиття тунелю. Дана робота детально описує геометрію моделі, граничні умови та фізичні явища.

**Теплофізичні властивості тунельної обшивки.** В Україні облицювання тунелів метрополітену, що споруджуються закритим способом, складається з окремих елементів, зібраних з блоків або тюбінгів. Матеріалом є чавун або залізобетон. При внутрішньому діаметрі тюбінгового кільця  $D_B = 5,1$  м, зовнішній діаметр становить  $D_H = 5,5$  м [2].

Перегінний тунель від станції «Вокзальна» до станції «Центральний ринок» був побудований з тюбінгових кілець, які виготовлялися з сірого чавуну марки СЧ20 [3] (рис. 1). Чавун має помітно вищу теплопровідність порівняно з навколишнім ґрунтом, що значно впливає на характер теплопередачі від тунельного повітря до масиву породи. Отже, врахування реальних теплоізоляційних властивостей та інерції стінки істотно підвищить достовірність розрахунку, особливо при оцінюванні коротко- та довгострокової теплової динаміки поблизу тунелю.

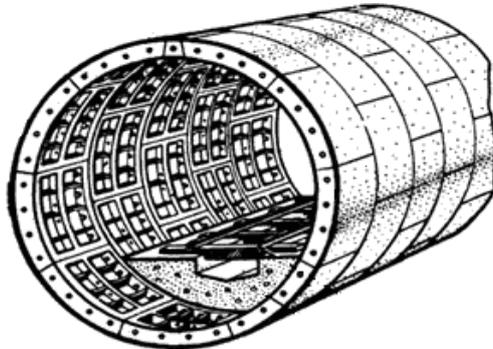


Рис.1 Збірна тунельна обшивка з тунельних тюбінгів

Теплофізичні характеристики були взяті з ГОСТ 1412-85 «Чавун з пластинчастим графітом для виливків»:

- густина  $\rho = 7100$  кг/м<sup>3</sup>;
- теплопровідність  $\lambda = 54$  Вт/(м·К);
- Питома теплоємність  $C = 480$  Дж/(кг·К).

**Геометрія моделі.** Тривимірний модель геометрично відтворює раніше побудовану 2D модель, у якій розглядалася тепла взаємодія між тунелем метрополітену, прилеглим ґрунтом і вертикальним ґрунтовим теплообмінником. На підставі роботи [4], де досліджувався вплив різних факторів на дальність теплопередачі від стіни тунелю до ґрунту, було зроблено висновок, що приблизно в радіусі 20 м від тунелю тепловий ефект буде мінімальним.

Результати попереднього 2D моделювання [1] підтвердили результати даних досліджень. Для гарантованої відсутності ефектів, що вносяться граничними умовами, які застосовуються в далеких кінцях області моделювання, до даного значення було додатково додано 5 м. Відповідно, відстань між зовнішньою межею обшивки тунелю та бічною й нижньою межами ґрунту становила 25 м. Довжина ділянки ґрунту дорівнює довжині прямої ділянки (фрагмента) тунелю, що розглядається – 102 м [5].

Структура ґрунтової товщі залишилася незмінною: модель передбачає кілька шарів з різними теплопровідними властивостями, що відповідають геологічному профілю досліджуваної місцевості.

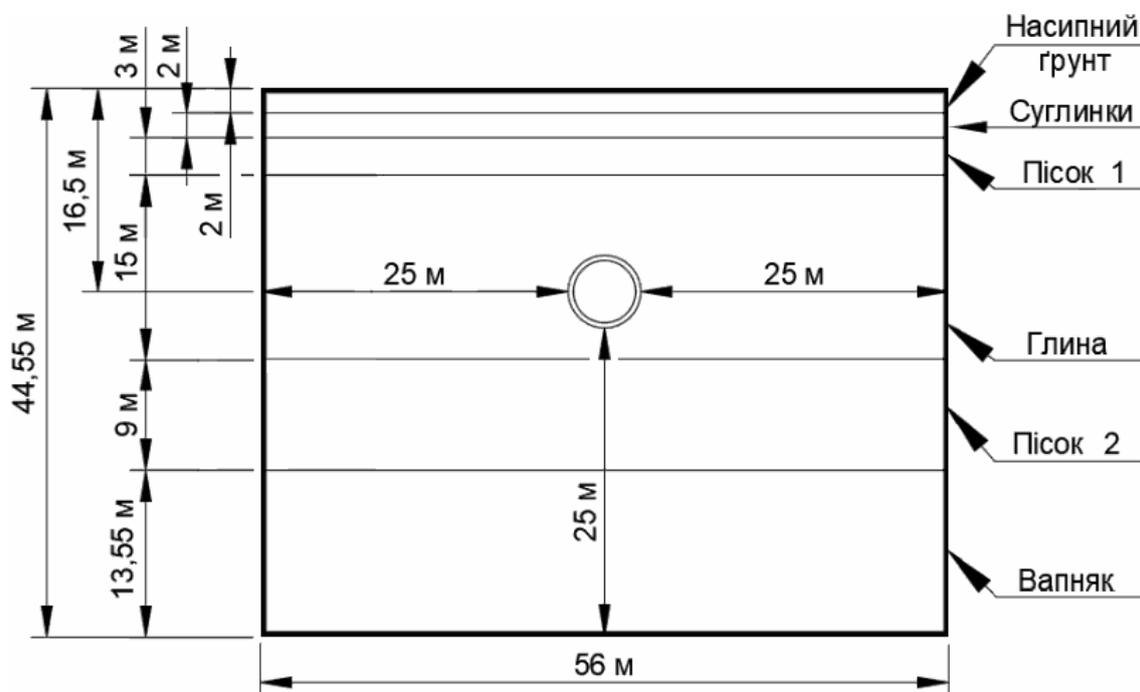


Рис. 2 Відстані між стіною тунелю та бічними і нижніми межами області моделі

Модель реалізована таким чином, щоб забезпечити максимальну гнучкість з можливістю зміни геометричних розмірів тунелю, товщини шарів ґрунту і глибини їх залягання. Крім того, в рамках чисельного експерименту передбачена можливість модифікації теплофізичних параметрів матеріалів (теплопровідність, теплоємність, щільність), а також температурних характеристик навколишнього середовища. Можливість модифікації та зміни властивостей матеріалу і товщини стінки також передбачені, що розширює адаптивність чисельного експерименту під різні типи облицювання і конструктивні особливості метрополітенів.

**Граничні і фізичні умови повітря.** Для того, щоб відтворити рухи повітря через тунель, були задані граничні умови типу *Inflow* і *Outflow*. На вхідній межі тунелю типу *Inflow* використовувалися дві граничні умови

припливу повітря.

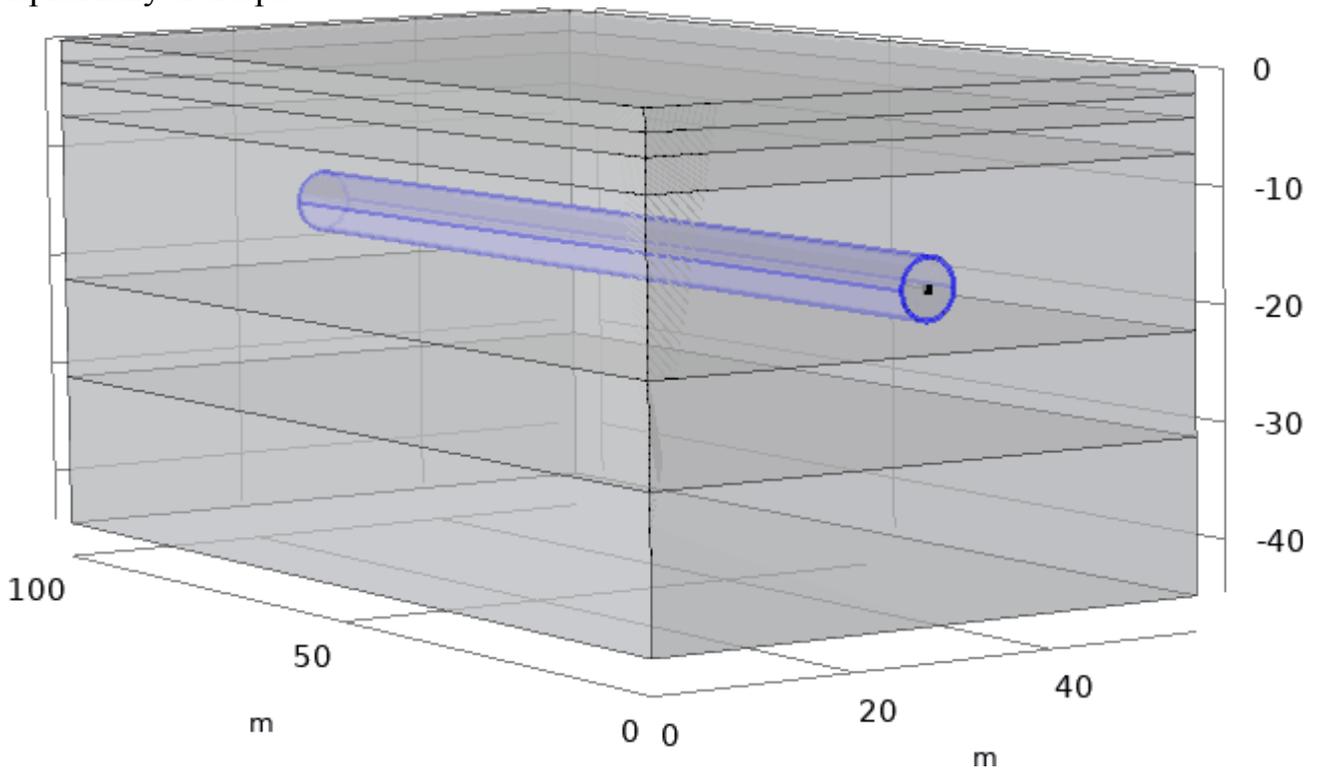


Рис.3. 3D-модель тунелю

Перша гранична умова на вході – це залежна від часу температура припливного повітря  $T_{тун}(t)$  як гранична умова Діріхле, задана за емпіричним співвідношенням, де зовнішня температура апроксимована температурою поверхні ґрунту [1]:

$$T|_{\Gamma_{вх}} = T_{тун}(t) \quad (1)$$

$$T_{тун} = 0,4745 T_{пов.гр.} + 14,72. \quad (2)$$

де  $\Gamma_{вх}$  – вхідна грань;  $T_{пов.гр.}$  – температура поверхні ґрунту, К.

Другою граничною умовою на вході є перпендикулярний приплив повітря з фіксованою швидкістю:

$$u|_{\Gamma_{вх}} = -U_0 \cdot n \quad (3)$$

де  $u$  – швидкість повітря, м/с;  $n$  – зовнішня одинична нормаль до вхідної межі (спрямована з розрахункової області), м;  $U_0$  – нормальна швидкість припливу повітря, отримане моделюванням у середовищі SES (Subway Environment Simulation – моделювання середовища метрополітену), м/с;

На протилежному боці тунелю застосовувалася умова вільного виходу повітря (*Outflow*), що описується рівнянням:

$$-\mathbf{n} \cdot \mathbf{q}|_{\Gamma_{\text{вих}}} = 0, \quad (4)$$

де  $\mathbf{q}$  – вектор густини теплового потоку, Вт/м<sup>2</sup>;  $\mathbf{n}$  – вектор нормалі до поверхні;  $\Gamma_{\text{вих}}$  – грань на виході.

Гранична умова для теплоти на виході тунелю забороняє дифузійний перенос теплоти крізь площину виходу, залишаючи лише конвективний відвід енергією потоку. Нормальний градієнт температури відсутній. Таким чином, температура на виході не задається, а отримується з розв'язання всередині розрахункової області.

Через зріз іде теплота, яку несе потік. Таким чином, повітря залишає розрахункову область без додаткових обмежень, що відповідає фізиці наскрізного руху повітря тунелем і забезпечує коректний розрахунок розподілу температур у системі.

На внутрішній поверхні обшивки задано умову, що повітря не проникає й не прилипає до стінки. Це означає, що нормальна швидкість нульова (непроникність); тангенціальні компоненти швидкості нульові (без проковзування):

$$\mathbf{u} \cdot \mathbf{n}_{\text{нов}} = 0, \quad (5)$$

$$u_{\tau}|_{\Gamma_{\text{стінки}}} = 0, \quad (6)$$

де  $\mathbf{u}$  – вектор швидкості повітря, м/с;  $\mathbf{n}_{\text{нов}}$  – одинична нормаль з боку повітряної розрахункової області, спрямована до стінки, м;  $u_{\tau}$  — тангенціальна складова швидкості на стінці, м/с;  $\Gamma_{\text{стінки}}$  — внутрішня поверхня обшивки.

Через таку межу немає конвективного перенесення енергії до твердого тіла, а відбувається лише молекулярна дифузія. Швидкість повітря в даному дослідженні прийнята 5 м/с і є середньою постійною величиною. Детальний розрахунок швидкості повітря представлений нижче.

**Швидкість повітря в тунелі.** У зв'язку з неможливістю проведення натурного експерименту щодо вимірювання швидкості руху повітря в перегінних тунелях Харківського метрополітену, було прийнято рішення виконати розрахунки з використанням математичного моделювання. Для цієї мети застосовувалася програма SES. При підготовленні розрахунку в SES були

задані геометричні характеристики перегону: круглий тунель внутрішнім діаметром 5,1 м завдовжки 1000 м. Характеристики рухомого складу – поїзда з п'яти вагонів типу Е були взяті з [6] і [7] (довжина вагона, швидкість руху), інтервал між поїздами був взятий з [8]. У розрахунку використовувалися реальні аеродинамічні параметри вагонів і тунелю, серед яких коефіцієнт опору і звуження прохідного перетину через рухомий склад.

Граничні умови в SES були сформовані таким чином, щоб відтворити природну циркуляцію повітря, створювану поршнеvim ефектом при русі поїздів. На вході і виході з модельованої ділянки задавались умови відкритих торців для врахування вільного витікання повітряного потоку в суміжні ділянки лінії. Внутрішній об'єм тунелю був розділений на дискретні елементи для чисельного розв'язання рівнянь нестационарного потоку повітря, що дозволило зафіксувати зміну швидкості в часі з проходженням поїзда.

Результати розрахунку (рис. 4) показали, що середня швидкість повітря в перерізі тунелю становить близько 5 м/с (рис. 5). При цьому в момент проходження поїзда поблизу точки спостереження досягається пікове значення близько 11 м/с, а в період між рухом поїздів швидкість знижується до 0,35 м/с. Подібні величини узгоджуються з опублікованими даними закордонних досліджень, наприклад, роботи [9], де для метрополітену з близькими геометричними та експлуатаційними параметрами фіксувались аналогічні діапазони швидкості.

При середній швидкості повітря 5 м/с, внутрішньому діаметрі тунелю  $D_e = 5,1$  м, кінематичній в'язкості повітря  $\nu \approx 1,5 \cdot 10^{-5}$  м<sup>2</sup>/с число Рейнольдса для потоку повітря становить  $Re \approx 1,7 \times 10^6$ , що однозначно відповідає розвиненій турбулентності в тунелі.

При побудові моделі турбулентного потоку повітря в тунелі використовувався інтерфейс Turbulent Flow, Algebraic uPlus. Даний інтерфейс призначений для моделювання однофазних турбулентних течій при високих числах Рейнольдса і заснований на вирішенні усереднених по Рейнольдсу рівнянь Нав'є-Стокса (Reynolds-Averaged Navier-Stokes, RANS). До складу моделі входять рівняння збереження маси та імпульсу.

Основною перевагою RANS-підходу є те, що він дозволяє отримувати усереднену за часом картину течії без необхідності моделювання кожної окремої турбулентної пульсації (як в LES або DNS). Це істотно знижує обчислювальні витрати, що особливо важливо при моделюванні протяжних тунельних геометрій, де розміри області можуть досягати десятків і сотень метрів. Використання даного інтерфейсу дозволило вирішити наступні два основні рівняння:

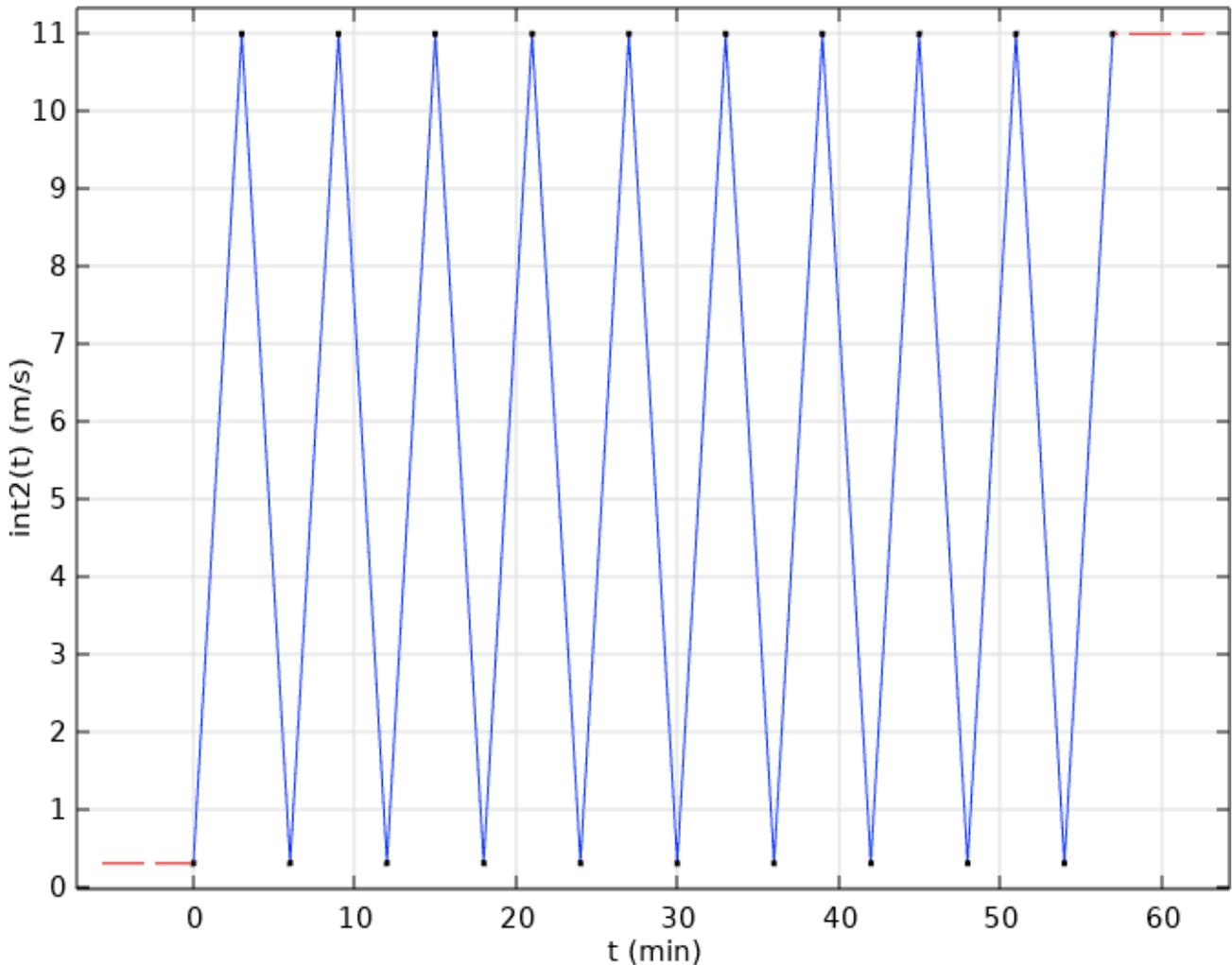


Рис. 4: Короткочасні зміни швидкості повітря в тунелі

- рівняння нерозривності для збереження маси при нестисливому потоці з векторами швидкості  $\mathbf{u}$ , м/с:

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0; \quad (7)$$

- усереднене за Рейнольдсом рівняння Нав'є-Стокса для збереження імпульсу (RANS-рівняння імпульсу):

$$\rho \cdot (\mathbf{u} \cdot \nabla) \cdot \mathbf{u} = [-p \cdot \mathbf{I} + \mathbf{K}] + \mathbf{F}, \quad (8)$$

де  $\rho$  – густина повітря, кг/м<sup>3</sup>;  $p$  – тиск, Па;  $\mathbf{I}$  – одиничний тензор;  $\mathbf{K}$  – турбулентна кінетична енергія:

$$\mathbf{K} = (\mu + \mu_T) \cdot [\nabla \mathbf{u} + (\nabla \mathbf{u})^T]. \quad (9)$$

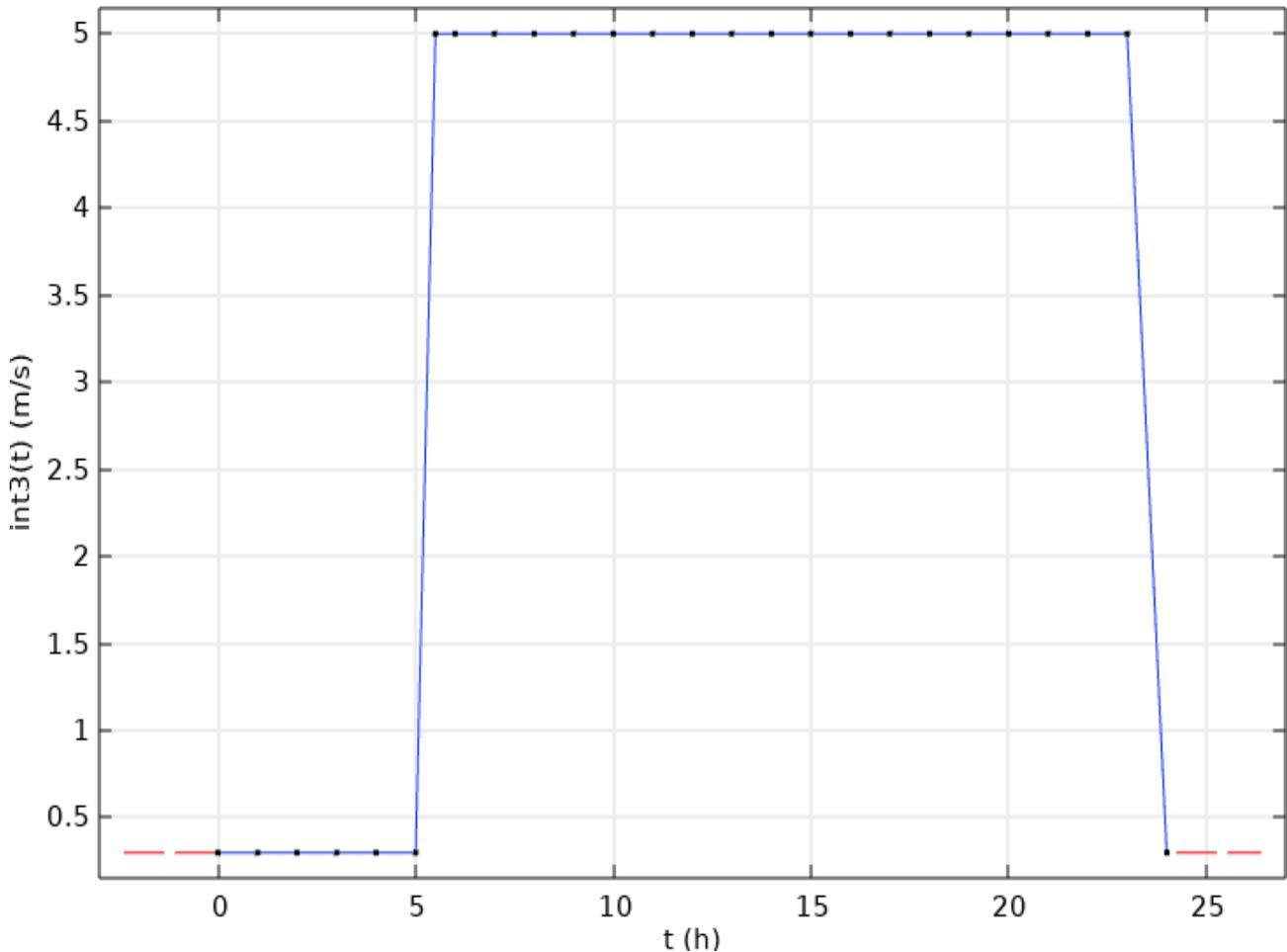


Рис. 5: Середньогодинні зміни швидкості повітря в тунелі

де  $\mu$  – динамічна в'язкість, Па·с;  $\mu_T$  – турбулентна в'язкість, Па·с;  $F$  – об'ємні сили, Н/м<sup>3</sup>;  $I$  – одиничний тензор.

Як моделі пристінного шару застосовувався алгебраїчний метод  $y^+$  (Algebraic  $y^+$ ). Даний метод реалізує апроксимацію пристінного підшару на основі функцій стінки і тим самим дозволяє уникнути надмірного згущення сітки поблизу стінок. Це забезпечує раціональне співвідношення між точністю й обчислювальною ефективністю при роботі з великими моделями, як-от тунелі метрополітену. У моделі Algebraic  $y^+$  алгебраїчні рівняння описували такі турбулентні ефекти біля стінки:

- обчислення турбулентної в'язкості в пристінній області, Па·с:

$$\mu_T = \mu \cdot \left( \left( \frac{df}{dl_w^+} \right)^{-1} - 1 \right), \quad (10)$$

де  $\mu$  – молекулярна в'язкість повітря, Па·с;  $l_w^+$  – безрозмірна координата до нормалі до стінки;  $f(l_w^+)$  — універсальна функція закону стінки;

- проблему опису примежового шару та зв'язування швидкості поблизу стінки з турбулентною структурою потоку:

$$Re_w = \frac{\rho \cdot |u| \cdot l_w}{\mu} = \frac{|u|}{u_\tau} \cdot \frac{\rho \cdot u_\tau \cdot l_w}{\mu} = u^+ l_w^+, \quad (11)$$

$$u^+ = f(l_w^+), \quad (12)$$

де  $Re_w$  – локальне число Рейнольдса у стінки;  $|u|$  – швидкість повітря, м/с;  $\rho$  – густина повітря, кг/м<sup>3</sup>;  $\mu$  – молекулярна в'язкість, Па·с;  $l_w$  – відстань до найближчої стінки, м;  $u_\tau$  – швидкість тертя, м/с;  $u^+$  – безрозмірна швидкість;  $l_w^+$  – безрозмірна відстань до стінки

- рівняння допоміжної функції для відстані до стінки:

$$\nabla G \cdot \nabla G + \sigma_w \cdot G \cdot (\nabla \cdot \nabla G) = (1 + 2 \cdot \sigma_w) \cdot G^4, \quad (13)$$

$$l_w = \frac{1}{G} \cdot \frac{l_{ref}}{2}, \quad (14)$$

де  $G$  – допоміжна функція для обчислення відстані до стінки;  $\sigma_w$  – емпіричний коефіцієнт;  $l_{ref}$  – опорна довжина (характерний розмір розрахункової комірки), м;  $l_w$  – відстань до найближчої стінки, м.

У розробленій моделі теплових процесів у тунелі метро (рис. 6) враховувалося тепловиділення від рухомого складу та пасажирів, які є домінуючими джерелами теплоти, внесок інших джерел (освітлення, технологічного обладнання) є незначним. Оскільки реальне тепловиділення поїздів має змінний характер і пов'язане зі зміною частоти руху поїздів протягом доби, моделювання з урахуванням усіх тимчасових коливань вимагало б значних обчислювальних ресурсів.

Для зниження складності завдання в моделі було прийнято спрощення: теплове навантаження задавалося у вигляді постійного усередненого значення. Тепловий потік був представлений у вигляді (рис. 6 б) лінійного джерела теплоти (1D-елемент), розташованого в центрі тунелю вздовж його осі. Такий вибір відповідає фізиці ділянки між станціями. При розвиненій турбулентній течії та інтенсивній конвекції масово-усереднена за поперечним перерізом температура повітря визначається головним чином сумарним тепловим навантаженням на одиницю довжини.

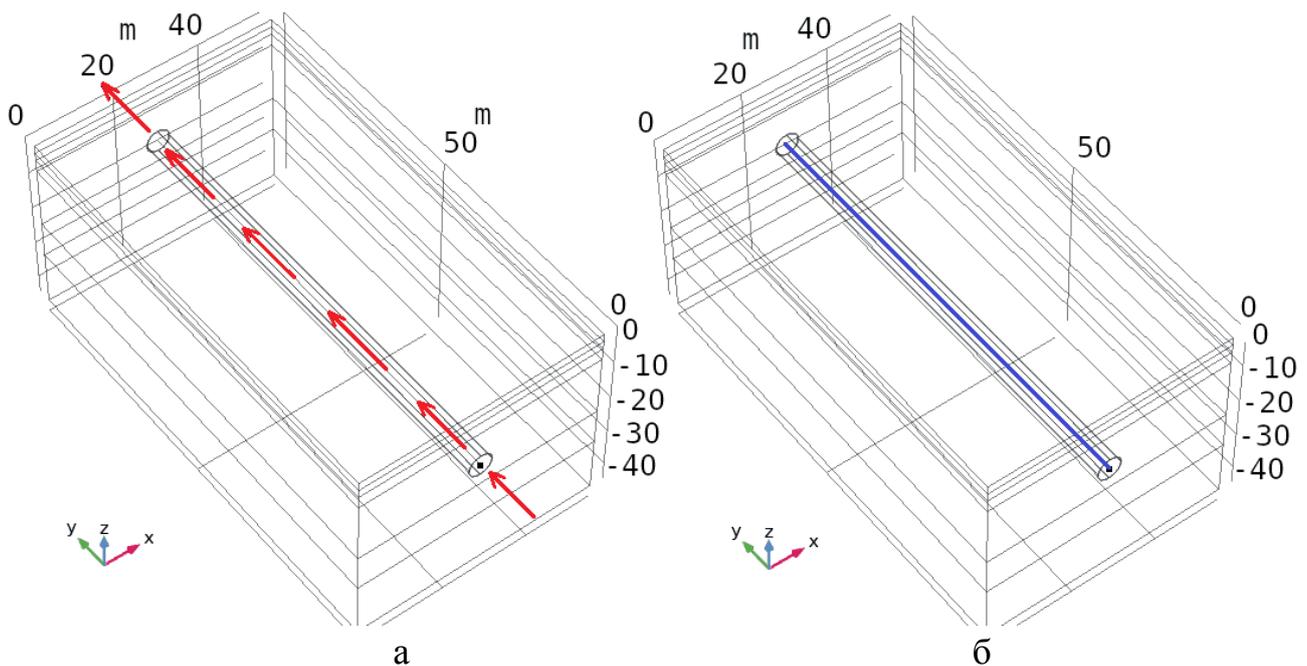


Рис. 6. Загальний вигляд моделі:  
 а – місця входу і виходу повітря з тунелю;  
 б – лінійне джерело теплоти

Форма поперечного профілю джерела (сконцентрована вздовж осі або розподілена об'ємно) на відстанях, що перевищують кілька гідравлічних діаметрів, має лише другорядний вплив на це усереднене значення.

Локальні відмінності поля температури, що виникають через положення джерела, швидко згладжуються поперечним перемішуванням. Цей висновок узгоджується з експериментальними даними. Показано, що зміна положення джерела впливає на локальний розподіл температури за перерізом. Але середнє в перетині значення залишається практично незмінним [10].

Аналітичні та чисельні дослідження теплообміну в тунелях, наприклад [11], демонструють ефект згладжування просторово-часових флуктуацій уздовж тунелю, що додатково обґрунтовує застосування лінійного усередненого джерела при оцінюванні середніх температурних характеристик. Таке джерело  $Q$  задавалося питомою потужністю на одиницю довжини тунелю, Вт/м. Середнє значення тепловиділення становило 180 Вт/м. Інформація щодо розрахунку наведена далі.

**Тепловиділення від рухомого складу.** У даному дослідженні було проведено вивчення температурного режиму ґрунту та побудовано розрахункову модель, яка залежить від часу. На рис. 2 представлено графік розподілу температури за глибиною, отриманий у результаті 2D моделювання.

Тепловий потік у моделі представлений у вигляді лінійно розподіленого

джерела теплоти, що пролягає вздовж осі тунелю в повітряній області. Надходження теплоти від джерела розрахована за методикою [12]. Фактичні режими руху (розгони, усталений хід, гальмування), а також паузи й добова нерівномірність були приведені до питомої теплової потужності, віднесеної до довжини тунелю, Вт/м. Такий підхід дозволяє енергетично еквівалентно врахувати тягово-гальмівні процеси без явного моделювання кожного поїзда і забезпечує стійкість обчислень.

Вихідні дані для розрахунку тунелю між станціями «Вокзальна» та «Центральний ринок»:

- вагон ЕЖ-3 [13];
- середня швидкість руху поїзда 35,6 км/год або 9,89 м/с [12];
- маса одного пасажирів 70 кг [14];
- маса вагона 32,5 т [13];
- габарити вагона 19210×2617×3662 мм [6,7];
- пасажиропотік 15000 осіб за добу [15];
- місткість одного вагона 306 осіб [13];
- внутрішній діаметр тунелю 5,1 м [2];
- інтервал руху поїздів змінний [16]
- середні тепловиділення від одного пасажирів 128 ккал/год або 148,9 Вт ([12], підтверджено [17]);
- довжина тунелю 1 км [18].

Вихідні припущення: відсутність рекуперації при гальмуванні та приведення тепловиділення до довжини модельованої ділянки тунелю. Годинний профіль інтенсивності руху був агрегований і перетворений у лінійну потужність (Вт/м) уздовж тунелю (рис. 7); після усереднення отримано значення 180 Вт/м. У моделі це значення застосовується як постійне лінійне джерело вздовж осі тунелю.

Вибір середньодобового еквівалента цілеспрямовано усуває короткочасні коливання тепловиділення, які слабо впливають на повільні теплові процеси в ґрунті та обшивці, що істотно збільшує обчислювальні витрати. Прийнята величина 180 Вт/м забезпечує енергетично еквівалентне представлення добового теплового балансу від поїздів і використовується у всіх сценаріях 3D-моделі.

**Граничні та фізичні умови повітря і стінки.** Для моделювання перехідного теплообміну в повітряній області тунелю метрополітену в програмному пакеті COMSOL Multiphysics використовувався інтерфейс Heat Transfer in Fluids, пов'язаний з моделлю турбулентної течії (Turbulent Flow, Algebraic  $\nu$ ).



Рис. 7 Графік добових тепловиділень

Цей інтерфейс базується на загальному рівнянні енергії для рухомого середовища, яке є окремим випадком закону збереження енергії у формі рівняння конвекції-дифузії. У диференціальному вигляді воно записується як, Вт і Вт/м<sup>2</sup>, відповідно

$$\rho \cdot C_p \cdot \frac{\partial T}{\partial t} + \rho \cdot C_p \cdot \mathbf{u} \cdot \nabla T + \nabla \cdot \mathbf{q} = Q; \quad (15)$$

$$\mathbf{q} = -k \cdot \nabla T; \quad (16)$$

де  $C_p$  – питома теплоємність при постійному тиску, Дж/(кг·К);  $\nabla T$  – градієнт температури, К/м;  $k$  – коефіцієнт теплопровідності повітря Вт/(м·К);  $Q$  – об'ємне джерело теплоти (джерело теплоти від рухомого складу, Вт/м).

На межі повітря-стінка в моделі стоїть сполучена умова ідеального теплового контакту. Інтерфейс одночасно розв'язує рівняння енергії в повітрі й у твердому тілі. При цьому на самій поверхні автоматично розв'язуються дві рівності:

- безперервність температури  $T_{\text{пов}}|_{\Gamma_{\text{стіни}}} = T_{\text{стіни}}|_{\Gamma_{\text{стіни}}}$ , К;
- безперервність нормального дифузійного теплового потоку:

$$-n_{нов} \cdot q_{нов}|_{\Gamma_{стину}} = -n_{стину} \cdot q_{стину}|_{\Gamma_{стину}} \quad (15)$$

де  $q_{нов} = -k_{нов} \cdot \nabla T$  – густина теплового потоку з боку повітря, Вт/м<sup>2</sup>;  $q_{стину} = -k_{стину} \cdot \nabla T$  – густина теплового потоку з боку повітря, Вт/м<sup>2</sup>;  $n_{нов}$  – зовнішня нормаль розрахункової області повітря, м;  $k_{нов}$  – коефіцієнт теплопровідності повітря, Вт/(м·К);  $n_{стину}$  – зовнішня нормаль твердого домену, м;  $k_{стину}$  – теплопровідність матеріалу обшивки, Вт/(м·К).

Конвективного перенесення через межу немає, оскільки на стінці у повітря виконуються непроникність і прилипання. Для межі стінка-грунт аналогічно записуються свої умови безперервності температури і безперервності нормального дифузійного теплового потоку.

**Результати дослідження та валідація.** На рис. 8 показано графіки температури повітря в тунелі, а також температури на внутрішній стінці тунелю протягом декількох років експлуатації.

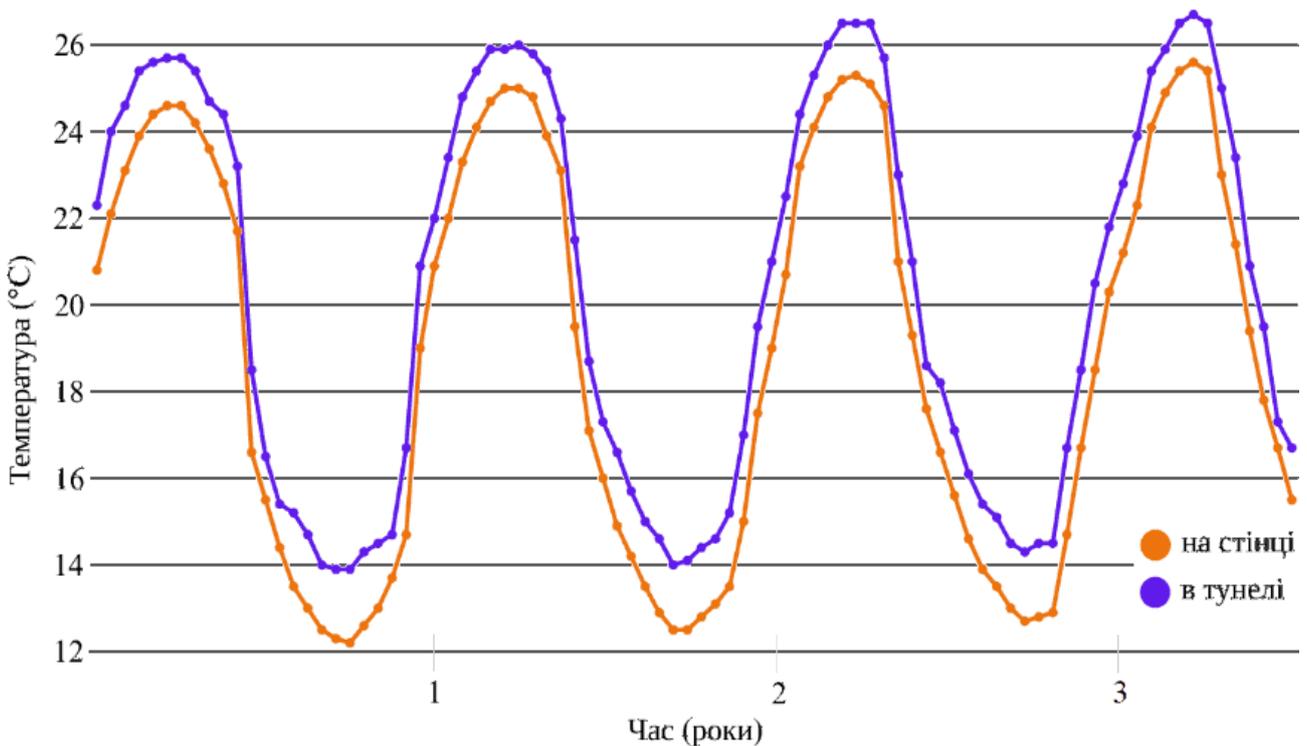


Рис. 8 Модельовані температури повітря в тунелі та внутрішній поверхні стінки тунелю

З графіка випливає, що середньорічна температура повітря і стінки тунелю підвищуються приблизно на 1 К за 4 роки експлуатації, що узгоджується з результатами роботи [19], де зафіксовано підвищення середньорічної температури повітря на стінці метрополітену на 2 К за 10 років роботи, а також

її подальшу стабілізацію. Крім того, отримані в моделі літні та зимові діапазони температур тунельного повітря виявилися близькими до експериментальних даних для тунелів Київського метрополітену, де були отримані схожі розрахункові значення від 287,15 К (+14 °С) до 299,15 К (+26 °С) [20]. Різниця між температурою повітря в тунелі і температурою на стінці тунелю становить в середньому від 0,5 К до 2 К, що також підтверджується експериментальними дослідженнями в Київському метрополітені на різних ділянках тунелю [20].

Отримані температури повітря в даній моделі також добре узгоджуються з результатами попереднього 2D-моделювання [1]. У 3D-моделі враховано тепловиділення від поїздів і пасажирів (як внутрішнє джерело) і турбулентні потоки повітря, що підвищує середні і пікові значення температур. Конвективний теплообмін зі стінкою тунелю змодельований більш детально, що призводить до дещо вищої температури стінки. Це пояснює різницю приблизно в 1°С з даними з 2D-моделі [1], що важливо для подальшого розрахунку температурного профілю ґрунту з подальшим розміщенням в ньому вертикальних ґрунтових теплообмінників.

**Висновки.** Розроблена 3D-модель перегінного тунелю метрополітену враховує турбулентний рух повітря, тепловиділення від рухомого складу та пасажирів, а також конвективний теплообмін з чавунною обшивкою тунелю. Модель реалізована методом скінченних елементів у програмному комплексі COMSOL Multiphysics з використанням RANS-підходу та алгебраїчної моделі пристінного шару (Algebraic  $y^+$ ). Результати моделювання показали сезонний діапазон температури повітря в тунелі від 287,15 К (14 °С – зимовий мінімум) до 299,15 К (26 °С, літній максимум) і температур внутрішньої поверхні стінки від 286,15 К (13 °С) до 298,15 К (25 °С) протягом 4-річного періоду експлуатації. Різниця між температурою повітря і стінки змінюється в межах 0,5...2 К залежно від сезону: влітку температура повітря перевищує температуру стінки, взимку спостерігається зворотна картина. Отримані результати узгоджуються з експериментальними даними Київського метрополітену, де зафіксовані аналогічні температурні градієнти між повітрям і обшивкою тунелю. Середньорічне підвищення температури повітря і стінки тунелю становило близько 0,25...0,3 К на рік, що відповідає сумарному приросту близько 1...1,2 К за 4-річний період моделювання. Це узгоджується з даними міжнародних досліджень, що показують накопичення теплоти в конструкціях тунелю і навколишньому ґрунтовому масиві в перші роки експлуатації метрополітену. Валідація з попередньою 2D-моделлю підтвердила адекватність розробленої моделі виявила, що 3D-модель показала температури повітря в тунелі приблизно на 1 К вище, що обумовлено додатковим урахуванням просторового розподілу внутрішніх джерел теплоти та тривимірних ефектів

турбулентної конвекції. Аналіз сіткової збіжності показав похибку менше 0,5 % при переході від нормальної до дрібної сітки, що підтверджує незалежність розв'язку від дискретизації. Отримані результати будуть використані для подальшого тривимірного моделювання температурного поля ґрунтового масиву та оптимізування розміщення вертикальних ґрунтових теплообмінників для систем геотермальних теплових насосів.

### References

1. Zadiranov V. "Simulation of metro heat utilisation using a vertical ground heat exchanger and a heat pump in Kharkiv". *Ventylatsiia, osvittlennia ta teplofazopostachannia*, Iss. 54, 2025, pp. 122–139. Available at: <https://doi.org/10.32347/2409-2606.2025.54.122-139> (In Ukrainian)
2. DBN V.2.3-7-2010. *Metros (Undergrounds). Main aspects*. UkrArkhdBudInform, 2019. Available at: <https://dbn.co.ua/load/normativy/dbn/1-1-0-201> (In Ukrainian)
3. Doroshenko V. and Yanchenko O. "Metal bearing and sealing structures for underground and protective structures". *Modern technology, materials and design in construction*, Vol. 34, No. 1, 2023, pp. 27-35. Available at: <https://doi.org/10.31649/2311-1429-2023-1-27-35> (In Ukrainian)
4. Zeng-Hui, H.U., Xiao-Zhao, L.I., Xiao-Bao, Zh., Lin, X. and Wei, W.U. "Numerical analysis of factors affecting the range of heat transfer in earth surrounding three subways". *Journal of China University of Mining and Technology*, Vol. 18, 2008, pp. 67-71. Available at: [https://doi.org/10.1016/S1006-1266\(08\)60015-2](https://doi.org/10.1016/S1006-1266(08)60015-2)
5. Liubarskii R. E., Mozolevskii V. I., Spivachuk V. A. and Yurchenko M. I. *Kharkovskii metropoliten*. 2nd ed. Budivelnyk, 1981. Available at: <https://gortransport.kharkov.ua/subway/books/khm1981/> (in Russian)
6. GOST 23961-80 *Metropoliten. Gabarity priblizheniia stroenii oborudovaniia i podvizhnogo sostava*. Available at: <https://vsegost.com/Catalog/39/39776.shtml>
7. Daleka V.Kh., Khvorost M.V., Skurikhin V.I. and Skurikhin V.I. *Rukhomyi sklad miskoho elektrychnoho transportu. Mekhanichna chastyna*. KHNUMG im. O.M. Beketova, 2018. Available at: <https://eprints.kname.edu.ua/49855/>
8. *Kharkivskiy metropoliten*. Available at: [https://t.me/kh\\_metro](https://t.me/kh_metro)
9. Lanchava O.A. and Nozadze G. (2021), "Piston effect analysis for the metro ventilation". *Georgian scientists*, Vol. 3, Iss. 1, pp. 1-14. Available at: <https://doi.org/10.52340/g.s.02.21.278>
10. Yen-Hung L. "Effects of Position of Linear Heat Source on Cross-Section Temperature Distribution in a Semicircular Tunnel", *Airiti Library*, 2009, <https://doi.org/10.6342/NTU.2009.01776>

11. Sadokierski, S. and Thiffeault, J.-L. “Heat transfer in underground rail tunnels”. ArXiv:0709.1748, 2007. Available at: <https://arxiv.org/abs/0709.1748>
12. Tsodikov, V.Ia. Ventilatsiia i teplosnabzhenie metropolitenov. Nedra, 1975.
13. Zvit pro upravlinnia Kharkivskym metropolitenom za 2021 rik. Available at: <https://www.metro.kharkiv.ua/all-images/doc/zvit-pro-upravlinnya-za-2021-rik.pdf>
14. EFSA Scientific Committee. Guidance on default assumptions used by the EFSA Scientific Panels and Committee, and EFSA Units in the absence of actual measured data: Public consultation draft. European Food Safety Authority, 2011. Available at: <https://www.efsa.europa.eu/sites/default/files/consultation/110707a.pdf>
15. Pasazhyrski perevezennia v 2021 rotsi. Available at: <http://kh.ukrstat.gov.ua/2021pasagirperevez/4283-arkhiv-pasazhirski-perevezennya-u-2021-rotsi>
16. Rozmiry rukhu poizdiv po saltivskii linii kharkivskoho metropolitenu [https://www.city.kharkov.ua/assets/files/news/transport/metro\\_rozm\\_ruh\\_10.2020.pdf](https://www.city.kharkov.ua/assets/files/news/transport/metro_rozm_ruh_10.2020.pdf)
17. NASA Technical Memorandum. Available at: <https://ntrs.nasa.gov/citations/19890016187>
18. Skhema linii Kharkivskoho metropolitenu. Available at: <https://gortransport.kharkov.ua/photobase/6258/>
19. Wang, Y., Li, H., Li, Y. and Liu, H. “Study on Air Temperature and Soil Hydrothermal Distribution Patterns in Shallow-Buried Metro Tunnels in Cold Regions”. SSRN (preprint) <https://doi.org/10.2139/ssrn.5138462>
20. Deineko, A., Krukovskiy, P., and Frolov, G. “Features of the Heat and Mass Transfer of the Underground Structures of the Kiev Metro with the Ground Mass and Air Environment”. Journal of New Technologies in Environmental Science, 1(2), 11–15, 2023. Available at: <https://yadda.icm.edu.pl/baztech/element/bwmeta1.element.baztech-623563f8-fd54-484d-af01-207d6324df2e>

UDC 624.191:536.24

post-graduate **Vadym Zadiranov**,

vadimharij@gmail.com, ORCID: 0009-0002-9179-9753,

O.M. Beketov National University of Urban Economy in Kharkiv

<https://doi.org/10.32347/2409-2606.2025.55.96-114>

## **NUMERICAL 3D SIMULATION OF THE NON-STATIONARY TEMPERATURE FIELD OF THE INTERNAL SURFACE OF A METRO TUNNEL**

***Abstract.** Accurate calculation of the ground temperature around a metro tunnel is impossible without a correct assessment of the temperature of the tunnel inner wall surface, which is governed by a combination of in-tunnel factors—namely, flow aerodynamics, heat release from trains, convective heat exchange between the air and the tunnel, as well as the properties and thickness of the cast-iron lining. A previous 2D study revealed the general features of the temperature field and confirmed the potential of utilizing the discharged heat of the metro system; however, it cannot fundamentally reproduce the spatiotemporal dynamics of heat fluxes and therefore does not allow the tunnel operating regimes to be fully accounted for. In the present work, a numerical 3D model was developed in COMSOL Multiphysics for a coupled analysis of thermal processes in an interstation tunnel. The model accounts for transient heat release from rolling stock represented as a line heat source, turbulent airflow aerodynamics in the tunnel, and heat exchange with the inner surface of the cast-iron lining. The key principle of the study is that the inner wall surface temperature is not prescribed as a fixed value; instead, it is obtained from the coupled aero-thermal simulation as a function of time. The resulting temperature will be used in future work as a physically justified boundary condition at the lining–ground interface when solving heat-transfer problems in the surrounding soil mass, thereby improving the reliability of ground temperature predictions. The simulation results showed a seasonal range of air temperatures in the tunnel from 14 °C (winter minimum) to 26 °C (summer maximum) and the temperature of the inner wall surface from 13 °C to 25 °C over a 4-year period of operation. The difference between the air and wall temperatures varies between 0.5 and 2 °C depending on the season: in summer, the air temperature exceeds the wall temperature, while in winter, the opposite is true. The results obtained will be used for further three-dimensional modelling of the temperature field of the soil massif and optimisation of the placement of vertical ground heat exchangers for geothermal heat pump systems.*

***Keywords:** metro, waste heat recovery, heat exchangers, heat transfer, heat pumps.*

Received/Надійшла до редакції 17.12.2025  
Reviewed/Рецензована 24.12.2025  
Accepted/Прийнята 25.12.2025