

УДК 662.995+536.242

## Вдосконалення методів структурно-параметричної оптимізації в аналізі ґрунтових акумуляторів теплоти.

Човнюк Ю.В.<sup>1</sup>, Москвітін А.С.<sup>2</sup>, Пефтева І.О.<sup>3</sup><sup>3</sup>к.т.н., доц. Київський національний університет будівництва і архітектури, м. Київ, Україна, uchovnyuk@ukr.net, ORCID:0000-0002-0608-0203.<sup>2</sup>к.т.н. ас. Київський національний університет будівництва і архітектури, м. Київ, Україна, moskvitina.as@knuba.edu.ua, ORCID:0000-0003-3352-0646.<sup>3</sup>ас. Київський національний університет будівництва і архітектури, м. Київ, Україна, piefteva.io@knuba.edu.ua, ORCID:0000-0002-8858-9010.

Акумулятори великої теплової ємності організуються у природному ґрунтовому масиві впорядкованого сукупністю («кущем») вертикальних/горизонтальних теплообмінників, розміщених або у бурових свердловинах, або всередині циліндричних порожнин бетонного масиву у трубах. У результаті акумулювання створюється основна область накопиченої теплоти, яка обмежена зовнішнім контуром «куща», певного об'єму й з певною температурою, а також буферна підобласть деякого об'єму, яка дотикається до основної і є результатом теплової взаємодії об'єму основної області з оточуючим ґрунтовим масивом, який має постійну температуру. Найменші розміри буферної підобласті будуть у випадку рівномірного по основному об'єму розподілу температури. Розміри буферної підобласті можна зменшувати, якщо створити верхній теплоізоляційний щит. При цьому габарити конструкції повинні бути оптимальними, тобто відповідати певному критерію, за якого відношення об'єму буферної підобласті до об'єму всього акумулятора теплоти є мінімальним. Наведений вдосконалений метод структурно-параметричної оптимізації ґрунтових акумуляторів теплоти в процесі аналізу їх функціонування. Визначені оптимальні співвідношення розмірів вказаних акумуляторів, які мають верхній теплоізоляційний щит (чи без нього), та розвинута методика, що дозволяє знаходити кількість теплообмінників, їх параметр і відстані між ними задля забезпечення мінімальних витрат на побудову акумулятора.

**Ключові слова:** ґрунтові акумулятори теплоти, теплоізоляційний щит, оптимізація конструкції акумулятора теплоти; сезонна акумуляція теплоти.

### Постановка задачі. Аналіз публікацій.

Акумулятори великої теплової ємності організуються у природному ґрунтовому масиві впорядкованою сукупністю («кущем») вертикальних теплообмінників, розміщених у бурових свердловинах [1-4]. У результаті акумулювання створюється основна область накопиченої теплоти, обмежена зовнішнім контуром «куща» об'ємом  $V_0 = XYZ$  й температурою  $T_0 = (t, x, y, z)$ , буферна підобласть об'ємом  $V_\delta$ , яка знаходиться впритул до основної і є результатом теплової взаємодії  $V_0$  з оточуючим новим масивом, який має температуру  $T_m \cong const$  (рис.1).

Для подальших розрахунків введемо наступні умовні позначення:  $a$  - коефіцієнт теплопровідності;  $d$  - діаметр труб;  $c$  - питома теплоємність;  $E$  - енергія;  $H$  - висота теплонезбуреного прошарку ґрунту;  $k$  - число бурових свердловин, теплообмінників;  $L$  - крок теплообмінників;  $m$  - число бурових свердловин на лінійному розмірі  $X$ ;  $N$  - потужність;  $n$  - число бурових свердловин на лінійному розмірі  $Y$ ;  $q$  - щільність теплового потоку;  $p$  - тиск;  $R$  - розмір туферної підобласті, радіус;  $t$  - час;  $V$  - об'єм;  $x, y, z$  - декартові координати;  $X, Y, Z$  - розміри основної області акумулятора;

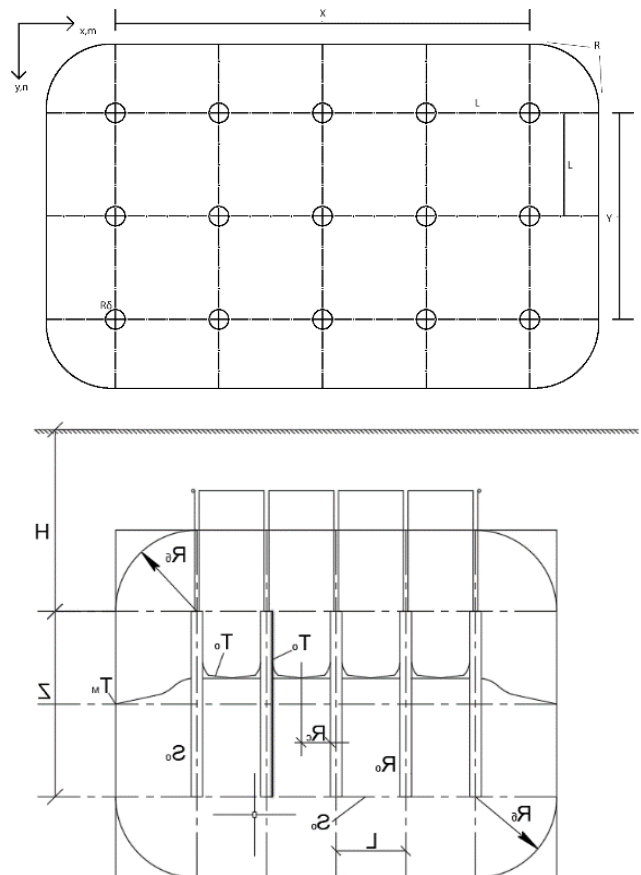


Рис.1. План та розріз ґрунтового акумулятора.

$C$  – вартість;  $\beta$  - коефіцієнт;  $\delta$  - товщина, товщина стінки труби;  $\gamma$  - коефіцієнт теплопровідності;  $X$  - відношення сторін акумулятора;  $b$  - припустиме напруження розтягу матеріалу труб;  $q$  - щільність;  $t$  - інтервал часу. Індекси:  $a$  - акумулятор;  $b$  - буферна підобласть.

Найменші розміри буферної підобласті будуть у випадку рівномірною по  $V_o$  розподілу температури  $T_o = (t)$ . Це зазвичай досягають організацію однакового теплового навантаження, що припадає на кожний теплообмінник, однаковим типом останніх, незмінним кроком  $L$  їх розміщення у «кущі», однаковим потенціалом проміжного теплоносія й малим перепадом його температур  $\Delta T_B = (T_{B,ВХ} - T_{B,ВИХ}) \sim 1^\circ\text{K}$  відповідно на вході і виході кожного теплообмінника і низкою інших вимог. Виконання цих умов не викликають особливих труднощів. Тоді об'єм акумулятора  $V_a$  та його енергетична здатність у момент часу  $t$  визначається наступними виразами:

$$\left\{ \begin{array}{l} V^a = V_o + V_b = X \cdot Y \cdot Z + \\ + 2(X \cdot Y + Y \cdot Z \cdot X) \cdot R_b + \\ + (X + Y + Z) \cdot \pi \cdot R_b^2 + \frac{4}{3} \cdot \pi R_b^3; \\ R_b = \sqrt{24 \cdot a_m \cdot t}; \\ \frac{(T - T_m)}{(T_o - T_m)} = (1 - 4)^3 \cdot (1 + 3\varphi) \\ \varphi = \frac{u}{R_b}, \quad (u = x \cdot y \cdot z). \end{array} \right. \quad (1)$$

де  $u$  відраховується впродовж зовнішньої нормальні від граней і ребер основної області. При піврічному накопиченні теплоти значення  $t = r = 180 \text{ дїб} = 1,55510 \text{ с}$  і згідно (1) тепловміст акумулятора буде:

$$\begin{aligned} \tilde{V}_a &= \tilde{V}_o + \tilde{V}_b = \\ &= X \cdot Y \cdot Z + 0,8(X \cdot Y + Y \cdot Z + Z \cdot X) \cdot R_b + \\ &+ 0,2\pi(X + Y + Z) \cdot R_b^2 + 0,1524 \cdot \pi R_b^3 \end{aligned} \quad (2)$$

де:

$$\tilde{V}_i = \frac{E_i}{\rho_m \cdot c_m \cdot (T_o - T_m)}, \quad (i = a, 0, b) \quad (3)$$

У (2) враховано, що для основної області  $\tilde{V}_o = V_o$ .

**Мета роботи** полягає у обґрунтуванні вдосконаленої та уточненої методики структурно-параметричної (та техніко-економічної) оптимізації ґрунтових акумуляторів теплоти у процесах аналізу їх функціонування й практичної експлуатації.

**Виклад основного змісту дослідження.** Розміри буферної підобласті можуть бути зменшені при створенні верхнього теплоізоляційного щита (рис 2). При цьому зменшується глибина буріння свердловин на величину порядку  $H$  і відпадає необхідність теплоізоляції трубопроводів, які підводять й відводять теплоносії (рис.1). Розміри щита перевищують розміри  $X$  та  $Y$  основної області на  $R_\delta(\tau)$ , де  $\tau$  - тривалість циклу роботи акумулятора. Причому, враховуючи малий надлишковий температурний потенціал периферійної частини  $V_b$ , можна обмежитись  $R_\delta(\tau)$  при значенні  $\tau/2$ . Витрати на спорудження щита з пінобетону товщиною  $\delta \approx (0,1 \dots 0,3) \text{ м}$  і набагато менше вартості бурових робіт  $H \cdot k$ , де  $k$  - число свердловин. Розрахунки [8] показують, що теплові втрати через щит протягом року не перевищують 1%. Такий акумулятор характеризується залежностями:

$$\left\{ \begin{array}{l} V_a = V_o + V_\delta = X \cdot Y \cdot Z + \\ + (X \cdot Y + 2 \cdot Y \cdot Z + 2 \cdot Z \cdot X) \cdot R_\delta + \\ + 0,5(X + Y + 2Z)R_\delta^2 + \frac{2}{3}\pi R_\delta^3; \\ \tilde{V}_a = \tilde{V}_o + \tilde{V}_\delta = X \cdot Y \cdot Z + \\ + 0,4(X \cdot Y + 2 \cdot Y \cdot Z + 2 \cdot Z \cdot X) \cdot R_\delta + \\ + 0,1\pi(X + Y + 2Z)R_\delta^2 + 0,0762\pi R_\delta^3; \end{array} \right. \quad (4)$$

Температурний потенціал буферної під області менше основної. Тому необхідно намагались реалізувати умови:

$$\frac{\tilde{V}_\delta}{\tilde{V}_a} = \frac{\tilde{V}_\delta}{\tilde{V}_o + \tilde{V}_\delta} = \frac{\varphi}{1 + \varphi} \rightarrow \min, \varphi = \frac{\tilde{V}_\delta}{\tilde{V}_o}. \quad (5)$$

Функція (5) монотонна й обмежена інтервалом  $[0,1]$  у всій області зміни  $\varphi \in [0, \infty]$ . Причому умова мінімуму  $\tilde{V}_b/\tilde{V}_a$  відповідає мінімуму  $\varphi$ .

Умова екстремуму функції :

$$\begin{aligned} \text{а) необхідна: } f'(\varphi) = 0 &\Rightarrow \left[ \frac{\varphi}{1+\varphi} \right]' = \\ &= \frac{1 \cdot (1+\varphi) - \varphi \cdot 1}{(1+\varphi)^2} = 0; \frac{1}{(1+\varphi)^2} = 0, \rightarrow \varphi \rightarrow 0 \end{aligned}$$

тому  $\min$  реальний  $f(\varphi)$  досягаються при  $\varphi = 0$ , тобто  $f(0) = 0$  і є  $\min$ , бо при  $\varphi \rightarrow \infty f(\varphi) \rightarrow 1$ . Графік  $f(\varphi)$  рис.3.

Співвідношення розмірів  $X, Y$  майданчика для розміщення теплообмінників залежить від місцевих умов й може бути будь-яким. Тому слід прийняти:

$$Y = x \cdot X \quad (6)$$

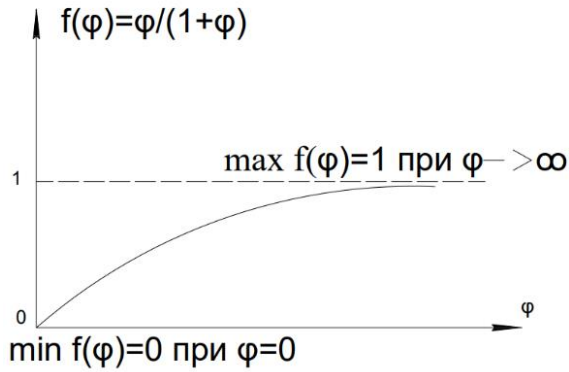


Рис.3. Графік  $f(\varphi)$

Тоді висота  $Z$  основної області акумулювання буде:

$$Z = \frac{V_o}{x \cdot X^2} \quad (7)$$

Після підстановки (6), (7) у (2) й (4) матимемо:

$$\begin{cases} \varphi = \frac{\tilde{V}_\delta}{\tilde{V}_o} = 0,8 \left\{ \frac{x \cdot X^2}{V_o} + \frac{1}{X} + \frac{1}{x \cdot X} \right\} \cdot R_\delta + \\ + 0,2\pi \left\{ \frac{X}{V_o} + \frac{x \cdot X}{V_o} + \frac{1}{x \cdot X^2} \right\} R_\delta^2 + \frac{0,1524}{V_o} \pi R_\delta^3 \\ \varphi_{щ} = \frac{\tilde{V}_\delta}{\tilde{V}_o} = 0,4 \left\{ \frac{x \cdot X^2}{V_o} + \frac{2}{X} + \frac{2}{x \cdot X} \right\} \cdot R_\delta + \\ + 0,1\pi \left\{ \frac{X}{V_o} + \frac{x \cdot X}{V_o} + \frac{2}{x \cdot X^2} \right\} R_\delta^2 + \frac{0,0762}{V_o} \pi R_\delta^3; \end{cases} \quad (8)$$

Дослідження на екстремум відповідно функцій  $\varphi(X)$  та  $\varphi_{щ}(X)$  призводить до рівнянь четвертого степеня:

$$\begin{cases} \frac{1,6 \cdot x}{V_o} \cdot X^4 + \frac{0,2\pi \cdot R_\delta \cdot (1+x)}{V_o} \cdot X^3 - \\ - 0,8 \left( 1 + \frac{1}{x} \right) \cdot X - \frac{0,4\pi}{x} R_\delta = 0; \\ \frac{0,8 \cdot x}{V_o} \cdot X^4 + \frac{0,1\pi \cdot R_\delta \cdot (1+x)}{V_o} \cdot X^3 - \\ - 0,8 \left( 1 + \frac{1}{x} \right) \cdot X - \frac{0,4\pi}{x} R_\delta = 0. \end{cases} \quad (9)$$

Легко показати, що другі похідні по  $X$  виразів (8) завжди додатні й, відповідно, розв'язки рівнянь (9) (як необхідних умов екстремуму функцій (8)) відповідають мінімуму  $\varphi(X)$  та  $\varphi_{щ}(X)$ .

Проаналізуємо рівняння (9) для кількох частинних випадків.

А.  $x = 1$  (квадратна форма майданчика «куща»). У [8] розглянутий саме цей випадок. Рівняння (9) зводяться до наступного виду:

$$\begin{cases} \left( \frac{1}{V_o} - \frac{1}{X^3} \right) \cdot (1,6 \cdot X + 0,4 \cdot \pi \cdot R_\delta) = 0; \\ \left( \frac{1}{2V_o} - \frac{1}{X^3} \right) \cdot (1,6 \cdot X + 0,4 \cdot \pi \cdot R_\delta) = 0. \end{cases} \quad (10)$$

Тоді дійсні корені (10), що не залежать від  $R_\delta$  мають вид:

$$\begin{cases} X = Y = Z = V_o^{1/3}; \\ X_{щ} = Y_{щ} = \sqrt[3]{2V_o} \approx 1,26 \cdot V_o^{1/3}; \\ Z_{щ} = 0,5 \cdot X_{щ} = \frac{1}{2} \sqrt[3]{2V_o} \approx 0,63 \cdot V_o^{1/3}. \end{cases} \quad (11)$$

Висновок: отже, оптимальна форма квадратного у плані «куща» відповідає кубу, а за наявності щита – прямокутному паралелепіпеду з висотою, яка дорівнює половині сторони квадрату. Останній результат приваблює тією обставиною [8], що глибина буріння свердловин часто обмежується санітарними міркуваннями по відношенню до водо насичених горизонтів, що експлуатуються. Наприклад, у Києві для буріння свердловин на глибину більше 50 м необхідний спеціальний дозвіл. Тому акумулятор з тепло ізолюючим щитом у таких випадках є просто незамінним.

Б. Мінімізація обмежувальної поверхні  $S_o$  основної області акумулювання.

Питання про оптимальну форму «куща» можна наближено вирішити саме з позицій мінімізації  $S_o$ , оскільки саме через цю поверхню  $S_o$  «дрейфує» теплота у оточуючий ґрунтовий масив. Використовуючи представлення (6) та (7), матимемо:

$$\begin{cases} \Phi(X) = \frac{S_o}{V_o} = 2 \cdot \left[ \frac{x \cdot X^2}{V_o} + \left( 1 + \frac{1}{x} \right) \cdot \frac{1}{X} \right]; \\ \Phi_{щ}(X) = \frac{S_o}{V_o} = \frac{x \cdot X^2}{V_o} + 2 \left( 1 + \frac{1}{x} \right) \cdot \frac{1}{X}. \end{cases} \quad (12)$$

Дослідження на екстремум  $\Phi(X)$  й  $\Phi_{щ}(X)$  дають:

$$\begin{cases} X = V_o^{1/3} \cdot \left( \frac{1 + \frac{1}{x}}{2x} \right)^{1/3}; Y = x \cdot V_o^{1/3} \cdot \left( \frac{1 + \frac{1}{x}}{2x} \right)^{1/3}; \\ Z = \frac{V_o^{1/3}}{x} \cdot \left( \frac{2x}{1 + \frac{1}{x}} \right)^{2/3}; X_{щ} = V_o^{1/3} \cdot \left( \frac{1 + \frac{1}{x}}{x} \right)^{1/3}; \\ Y_{щ} = x \cdot V_o^{1/3} \cdot \left( \frac{1 + \frac{1}{x}}{x} \right)^{1/3}; Z_{щ} = \frac{V_o^{1/3}}{x} \cdot \left( \frac{x}{1 + \frac{1}{x}} \right)^{2/3} \end{cases} \quad (13)$$

Легко показати, що (13) відповідає  $\Phi(X)$  й  $\Phi_{щ}(X)$ . При  $x = 1$  результати співпадають із розрахунками по (9) й (11). Функціями (13) можна користуватись при оціночних розрахунках.

Розв'язки, які отримані для випадків А та Б, дозволяють стверджувати наступне: у результаті розв'язку оптимізаційних задач отримані вирази для  $X, Y, Z$  як функцій від  $V_o$ . Підстанов-

ка їх у залежності (2) чи (4) при відомих  $x, \tau, a_m$ , дає рівняння  $\tilde{V}_a = f(V_o)$ , котре однозначно визначає  $V_o$ , коли задане значення  $\tilde{V}_a$ . Якщо немає обмежень по відношенню до форми майданчика «куща» слід намагатись досягати за параметром  $x$  величини  $1(x = 1)$ .

В. Оптимізація структури ґрунтового акумулятора на основі розв'язку рівнянь (9).

Введемо значення:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1,6 \cdot x}{V_o} = a_1; \\ \frac{0,2\pi \cdot R_\delta \cdot (1+x)}{V_o} = b_1; c_1 = 0; \\ d_1 = -0,8 \cdot \left(1 + \frac{1}{x}\right); e_1 = -\frac{0,4\pi}{x} R_\delta. \end{array} \right. \quad (14)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{0,8 \cdot x}{V_o} = a_2; \frac{0,1\pi \cdot R_\delta \cdot (1+x)}{V_o} = b_2; \\ c_2 = 0; d_2 = -0,8 \cdot \left(1 + \frac{1}{x}\right); e_2 = -\frac{0,4\pi}{x} R_\delta. \end{array} \right. \quad (15)$$

Тоді рівняння (9) можна записати наступним чином:

$$\left\{ \begin{array}{l} a_1 \cdot X^4 + b_1 \cdot X^3 + d_1 \cdot X + e_1 = 0; \\ a_2 \cdot X^4 + b_2 \cdot X^3 + d_2 \cdot X + e_2 = 0; \end{array} \right. \quad (16)$$

Для розв'язування рівнянь (16) використаємо підхід роботи [9]. Будемо розв'язувати методом цієї роботи перше рівняння (16), друге розв'язується аналогічно (з заміною індексів "1" → "2").

Зробимо заміну змінних у першому рівнянні системи (16):

$$\tilde{y}_1 = X + \frac{b_1}{4a_1}. \quad (17)$$

Тоді ще рівняння прийде у приведене рівняння:

$$\tilde{y}_1^4 + \tilde{p}_1 \cdot \tilde{y}_1^2 + \tilde{q}_1 \cdot \tilde{y}_1 + \tilde{r}_1 = 0, \quad (18)$$

де:  $\tilde{p}_1, \tilde{q}_1, \tilde{r}_1$  - раціональні функції коефіцієнтів  $a_1, b_1, c_1, d_1, e_1$  а саме:

«технологія отримання» значень  $\tilde{p}_1, \tilde{q}_1, \tilde{r}_1$ :

$$a_1 X^4 + b_1 X^3 + d_1 X + e_1 = 0; \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow X^4 + \frac{b_1}{a_1} X^3 + \frac{d_1}{a_1} X + \frac{e_1}{a_1} = 0 (*)$$

$$\tilde{y}_1 = X + \frac{b_1}{4a_1}; \Leftrightarrow X = \tilde{y}_1 - \frac{b_1}{4a_1};$$

Підставляємо цю заміну у рівняння , тоді маємо:

$$\left(\tilde{y}_1 - \frac{b_1}{4a_1}\right)^4 + \frac{b_1}{a_1} \left(\tilde{y}_1 - \frac{b_1}{4a_1}\right)^3 + \frac{d_1}{a_1} \left(\tilde{y}_1 - \frac{b_1}{4a_1}\right) + \frac{e_1}{a_1} = 0;$$

$$\left(\tilde{y}_1 - \frac{b_1}{4a_1}\right)^3 =$$

$$= \tilde{y}_1^3 - 3\tilde{y}_1^2 \frac{b_1}{4a_1} + 3\tilde{y}_1 \left(\frac{b_1}{4a_1}\right)^2 - \left(\frac{b_1}{4a_1}\right)^3 =$$

$$= \tilde{y}_1^3 - \frac{3b_1}{4a_1} \tilde{y}_1^2 + \frac{3b_1^2}{16a_1^2} \tilde{y}_1 - \frac{b_1^3}{64a_1^3};$$

$$\frac{d_1}{a_1} \left(\tilde{y}_1 - \frac{b_1}{4a_1}\right) = \frac{d_1}{a_1} \tilde{y}_1 - \frac{d_1 b_1}{4a_1^2};$$

$$\left(\tilde{y}_1 - \frac{b_1}{4a_1}\right)^2 = \tilde{y}_1^2 - 2\tilde{y}_1 \frac{b_1}{4a_1} + \frac{b_1^2}{16a_1^2} =$$

$$= \tilde{y}_1^2 - \tilde{y}_1 \frac{b_1}{2a_1} + \frac{b_1^2}{16a_1^2};$$

$$\left(\tilde{y}_1^2 - \tilde{y}_1 \frac{b_1}{2a_1} + \frac{b_1^2}{16a_1^2}\right)^2 = \tilde{y}_1^4 + \tilde{y}_1^2 \frac{b_1^2}{4a_1^2} + \frac{b_1^4}{256a_1^4} - 2\tilde{y}_1^3 \frac{b_1}{2a_1} + 2\tilde{y}_1^2 \frac{b_1^2}{16a_1^2} - 2\tilde{y}_1 \frac{b_1^3}{32a_1^3} =$$

$$= \tilde{y}_1^4 + \tilde{y}_1^3 \frac{b_1}{a_1} + \tilde{y}_1^2 \frac{3b_1^2}{8a_1^2} - \tilde{y}_1 \frac{b_1^3}{16a_1^3} + \frac{b_1^4}{256a_1^4};$$

Тепер замість рівняння (\*) наступне маємо для  $\tilde{y}_1$ :

$$\tilde{y}_1^4 + \tilde{y}_1^3 \frac{b_1}{a_1} + \tilde{y}_1^2 \frac{3b_1^2}{8a_1^2} - \tilde{y}_1 \frac{b_1^3}{16a_1^3} + \frac{b_1^4}{256a_1^4} + \frac{b_1}{a_1} \tilde{y}_1^3 - \frac{b_1}{a_1} \cdot \frac{3b_1}{4a_1} \tilde{y}_1^2 + \frac{b_1}{a_1} \cdot \frac{b_1^3}{16a_1^3} \tilde{y}_1 - \frac{b_1}{a_1} \cdot \frac{b_1^3}{64a_1^3} =$$

$$= \frac{d_1}{a_1} \tilde{y}_1 - \frac{d_1 b_1}{4a_1^2} + \frac{e_1}{a_1} = 0;$$

$$\tilde{y}_1^4 + \tilde{y}_1^2 \left\{ \frac{3b_1^2}{8a_1^2} - \frac{3b_1^2}{4a_1^2} \right\} +$$

$$+ \tilde{y}_1 \left\{ -\frac{b_1^3}{16a_1^3} + \frac{3b_1^3}{16a_1^3} + \frac{d_1}{a_1} \right\} +$$

$$+ \left\{ \frac{b_1^4}{256a_1^4} - \frac{b_1^4}{64a_1^4} - \frac{d_1 b_1}{4a_1^2} + \frac{e_1}{a_1} \right\} = 0;$$

Або:

$$\tilde{y}_1^4 + \tilde{y}_1^2 \left\{ -\frac{3b_1^2}{8a_1^2} \right\} + \tilde{y}_1 \left\{ \frac{b_1^3}{8a_1^3} + \frac{d_1}{a_1} \right\} +$$

$$+ \left\{ -\frac{b_1^4}{256a_1^4} - \frac{d_1 b_1}{4a_1^2} + \frac{e_1}{a_1} \right\} = 0.$$

Отже:

$$\tilde{p}_1 = -\frac{3b_1^2}{8a_1^2}; \tilde{q}_1 = \frac{b_1^3}{8a_1^3} + \frac{d_1}{a_1}; \quad (19)$$

$$\tilde{r}_1 = -\frac{b_1^4}{256a_1^4} - \frac{d_1 b_1}{4a_1^2} + \frac{e_1}{a_1}$$

Вид розв'язку рівняння (18) з коефіцієнтами (19) залежить від виду розв'язку його кубічної резольвенти:

$$\tilde{z}^3 + 2\tilde{p}_1 \tilde{z}^2 + (\tilde{p}^2 - 4\tilde{r}^2) \tilde{z} - \tilde{q}^2 = 0. \quad (20)$$

Область зміни невідомого у загальному випадку є множиною  $C$  комплексних чисел, дані для розрахунку зведені в таблицю 1.

Таблиця 1

Кубічна	Рівняння 4-го степеня
1. Усі корені дійсні і додатні	1. Чотири дійсних кореня
2. Усі корені дійсні, з них один додатній і два від'ємних	2. Дві пари комплексно спряжених коренів.
3. Один корінь дійсний і два комплексно спряжених кореня	3. Два дійсних кореня і два комплексно спряжених кореня

Виходячи з цієї таблиці нас у подальшому будуть цікавити (щодо кубічної резольвенти) лише 2 випадки, а саме: перший і третій.

Отже, досліджуємо розв'язки рівняння (20) Записуємо його у наступному виді:

$$\bar{z}^3 + \bar{b}\bar{z}^2 + \bar{c}\bar{z} - \bar{d} = 0, \quad (21)$$

де:  $\bar{b}=2\bar{p}_1$ ;  $\bar{c} = (\bar{p}^2 - 4\bar{r}^2)$ ;  $\bar{d} = -\bar{q}^2$ . У (21) коефіцієнт при  $\bar{z}^3$  має значення  $\bar{a} = 1$ . Тому, згідно [9], запишемо рівняння (21) таким чином:

$$\bar{z}^3 + r\bar{z}^2 + s\bar{z} + t = 0, \quad (22)$$

де:  $r = \bar{b} = 2\bar{p}_1$ ;  $s = \bar{c} = (\bar{p}^2 - 4\bar{r}^2)$ ;  $t = \bar{d} = -\bar{q}^2$ .

Зробимо у рівнянні (22) заміну невідомого:

$$\bar{y} = \bar{z} + \left(\frac{r}{3}\right); \left(\bar{z} = \bar{y} - \frac{r}{3}\right), \text{ тоді отримаємо}$$

т.з. приведені рівняння:

$$(\bar{y})^3 + \bar{p} \cdot \bar{y} + \bar{q} = 0, \quad (23)$$

де:  $\bar{p} = \frac{3 \cdot s - r^2}{3}$ ;  $\bar{q} = \frac{2r^3}{27} - \frac{r \cdot s}{3} + t$

Число дійсних розв'язків кубічного рівняння (23) залежить від знаку дискримінанта  $D = (\bar{p}/3)^3 + (\bar{q}/2)^2$ . При цьому, якщо  $D > 0$  матимемо один дійсний корінь й два комплексно спряжених, що відповідає двом дійсним кореням й двом комплексно спряженим кореням рівняння 4-го степеня (18) й, відповідно (першого) системи (16).

Якщо ж  $D < 0$  матимемо три дійсних кореня рівняння (23), а, відповідно, чотири дійсних кореня рівнянь (18) й (16). (При цьому корені (23) повинні бути усі додатними).

Звідси маємо наступну ситуацію (таблиця 2) для розв'язку рівняння (16).

Корені (18) знаходимо за наступним алгоритмом:

1) знаходимо спочатку корені  $\bar{z}_1, \bar{z}_2, \bar{z}_3$  кубі-

чної резольвенти (20), використовуючи формулу Кардано; спочатку переписуємо (20) у формі (22), а потім за допомогою заміни зводимо до приведеного рівняння (23), котре має наступні розв'язки:

Отже, «логічний ланцюг» розв'язку рівнянь (16) (наприклад, першого з системи (16)) має вид:

$$\left\{ \begin{array}{l} (16) \\ (4 - \text{го степеня}) \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} (18) \\ \text{приведене} \\ (4 - \text{го степеня}) \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} (20) \\ \text{кубічна} \\ \text{резольвента} \\ (3 - \text{го степеня}) \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} (23) \\ \text{приведене} \\ \text{кубічне} \\ (3 - \text{го степеня}) \end{array} \right\} \Rightarrow$$

Саме для цього рівняння застосовується формула Кардано, а потім у зворотньому напрямку знаходимо розв'язки (16).

Розпишемо етапи знаходження цих коренів.

Є дві ситуації: А.  $D > 0$ ; Б.  $D < 0$ .

Починаємо з ситуації А.

$$D > 0 \Rightarrow \left(\frac{\bar{p}}{3}\right)^3 + \left(\frac{\bar{q}}{2}\right)^2 > 0. \quad (24)$$

Корені (23) рівняння знаходимо по формулі Кардано:

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{y}_1 = u + v; \\ \bar{y}_2 = -\frac{(u+v)}{2} + \frac{(u-v)}{2} \cdot i\sqrt{3} \\ i^2 = -1; \\ \bar{y}_3 = -\frac{(u+v)}{2} - \frac{(u-v)}{2} \cdot i\sqrt{3}, \end{array} \right. \quad (25)$$

де  $u = \sqrt[3]{-\frac{\bar{q}}{2} + \sqrt{D}}$ ;  $v = \sqrt[3]{-\frac{\bar{q}}{2} - \sqrt{D}}$ ;

$$D = \left(\frac{\bar{p}}{3}\right)^3 + \left(\frac{\bar{q}}{2}\right)^2.$$

Таблиця 2.

Рівняння (23)	Рівняння системи (16)
$D > 0$ , один дійсний корінь.	Два дійсних кореня (обираємо ті, що $> 0$ )
$D < 0$ , три дійсних кореня (і всі додатні)	Чотири дійсних кореня (обираємо ті, що $> 0$ )

Шляхом заміни:  $\tilde{z}_j = \bar{y}_j - \frac{r}{3}$ ,  $j = (\overline{1,3})$ , знайдемо три кореня рівняння (20), (21), (22).

Далі знаходимо корені приведенного рівняння (18) за формулами Феррарі:

$$\begin{cases} \tilde{y}_1 = (\sqrt{\tilde{z}_1} + \sqrt{\tilde{z}_2} + \sqrt{\tilde{z}_3})/2; \\ \tilde{y}_2 = (\sqrt{\tilde{z}_1} - \sqrt{\tilde{z}_2} - \sqrt{\tilde{z}_3})/2; \\ \tilde{y}_3 = (-\sqrt{\tilde{z}_1} + \sqrt{\tilde{z}_2} - \sqrt{\tilde{z}_3})/2; \\ \tilde{y}_4 = (-\sqrt{\tilde{z}_1} - \sqrt{\tilde{z}_2} + \sqrt{\tilde{z}_3})/2. \end{cases} \quad (26)$$

При цьому знаки перед радикалами обираємо таким чином, щоб виконувалась рівність:

$$\sqrt{\tilde{z}_1} \cdot \sqrt{\tilde{z}_2} \cdot \sqrt{\tilde{z}_3} = -\tilde{q}_1. \quad (27)$$

Далі, шляхом заміни:

$$X_{j^*} = \tilde{y}_{j^*} - \frac{b_1}{4a_1}, \quad j^* = (\overline{1,4}), \quad (28)$$

Знаходимо розв'язки вихідного рівняння 4-го степеня, тобто першого рівняння системи (16).

У випадку А серед дійсних коренів (16) залишаються у цьому разі лише  $j^* = (1,2)$ , тобто перші два. З них, у свою чергу, обираємо тільки той, котрий є достатнім.

Розглянемо ситуацію Б:

$$D < 0 \Rightarrow \left(\frac{\bar{p}}{3}\right)^3 + \left(\frac{\bar{q}}{2}\right)^2 < 0$$

Корені (23) рівняння знаходимо по формулам, наведеним у [9]. Покладемо:

$$\bar{\rho} = \sqrt{(-\bar{p})^3/27}, \quad \cos\varphi = -\bar{q}/(2\bar{\rho}). \quad (29)$$

Тоді розв'язками приведенного рівняння (23) третього степеня є наступні:

$$\begin{cases} \bar{y}_1 = 2 \cdot \sqrt[3]{\bar{\rho}} \cdot \cos\left(\frac{\varphi}{3}\right); \\ \bar{y}_2 = 2 \cdot \sqrt[3]{\bar{\rho}} \cdot \cos\left(\frac{\varphi}{3} + \frac{2\pi}{3}\right); \\ \bar{y}_3 = \bar{y}_2 = 2 \cdot \sqrt[3]{\bar{\rho}} \cdot \cos\left(\frac{\varphi}{3} + \frac{4\pi}{3}\right). \end{cases} \quad (30)$$

Від котрих шляхом заміни:

$$\bar{z}_{j^*} = \bar{y}_{j^*} - \frac{r}{3}, \quad j = (\overline{1,3}) \quad (31)$$

Знайдемо три кореня рівняння (20), (21), (22).

Далі по формулам Феррарі (26) знаходимо корені приведенного рівняння 4-го степеня (18), задовольняючи умові (27).

Далі шляхом заміни (28) знаходимо розв'язки вихідного (першого) рівняння системи (16).

Вище наведений розв'язок задачі у найбільш загальному випадку.

Розглянемо нижче конкретний частинний випадок. Нехай виконуються наступні умови:

$$\begin{cases} D < 0 \Leftrightarrow \left(\frac{\bar{p}}{3}\right)^3 + \left(\frac{\bar{q}}{2}\right)^2 < 0; \\ \tilde{z}_j > 0; j = (\overline{1,3}) \\ \tilde{y}_1 - \frac{b_1}{4a_1} > 0; \tilde{y}_2 - \frac{b_1}{4a_1} < 0; \\ \tilde{y}_3 - \frac{b_1}{4a_1} < 0; \tilde{y}_4 - \frac{b_1}{4a_1} < 0 \end{cases} \quad (32)$$

Тоді за фізичним змістом залишається лише один розв'язок (16) (першого рівняння):

$$X_1 = \tilde{y}_1 - \frac{b_1}{4a_1}. \quad (33)$$

Визначимо  $X$ , для цього випадку у повному розгорнутому виді.  $Min$  досягаються (для першого рівняння системи (16)) при наступному значенні  $X$ :

$$\begin{aligned} X_1 &= \tilde{y}_1 - \frac{b_1}{4a_1} = \\ &= \left\{ \frac{\sqrt{\tilde{z}_1} + \sqrt{\tilde{z}_2} + \sqrt{\tilde{z}_3}}{2} \right\} - \frac{b_1}{4a_1} = \\ &= \left\{ \frac{\sqrt{\bar{y}_1 - \frac{r}{3}} + \sqrt{\bar{y}_2 - \frac{r}{3}} + \sqrt{\bar{y}_3 - \frac{r}{3}}}{2} \right\} - \frac{b_1}{4a_1} = \\ &= \frac{1}{2} \left\{ \sqrt{2 \cdot \sqrt[3]{\bar{\rho}} \cdot \cos\left(\frac{\varphi}{3}\right) - \frac{r}{3}} + \right. \\ &\quad \left. + \sqrt{2 \cdot \sqrt[3]{\bar{\rho}} \cdot \cos\left(\frac{\varphi}{3} + \frac{2\pi}{3}\right) - \frac{r}{3}} + \right. \\ &\quad \left. + \sqrt{2 \cdot \sqrt[3]{\bar{\rho}} \cdot \cos\left(\frac{\varphi}{3} + \frac{4\pi}{3}\right) - \frac{r}{3}} \right\} - \frac{b_1}{4a_1} \end{aligned} \quad (34)$$

$(\varphi, \rho)$  визначаються з (29),  $\bar{p}, \bar{q}$  зазначені у (23),  $r, s$  визначене у (22),  $(a_1, b_1)$  - у (14), всі інші коефіцієнти у (18-22) й  $(d_1, e_1)$  - у (14).

Акумулявану енергію можна подати у формі

$$E_a = N \cdot \tau_a, \quad (35)$$

де потужність акумулявання  $N$  пов'язана зі щільністю теплового потоку  $q_o$  на зовнішній поверхні теплообмінника радіусом  $R_o$  й числом «ефективно» працюючих теплообмінників  $k_a$ , які визначаються по величині теплообмінної поверхні з тепловим потоком, спрямованим всередину основної області акумулявання, за допомогою рівняння:

$$N = q_o 2\pi R_o \cdot k_a \cdot Z \quad (36)$$

Щоб запобігти значним перепадам температур між проміжним теплоносієм й основною областю акумулявання слід обмежити  $q_o \sim 100$  Вт/м<sup>2</sup>. За заданого значення  $q_o$  з (36) впливає співвідношення:

$$k_a \cdot R_o = \frac{N}{2\pi \cdot Z \cdot q_o} \quad (37)$$

яка зв'язує  $k_a$  з величиною  $R_o$ , коли значення правої частини (37) відоме. У свою чергу при  $x = 1$  маємо залежності:

$$m = \sqrt{k_a} + 1, k = m^2, L = \frac{X}{m - 1} \quad (38)$$

що визначають число бурових свердловин  $m$  на лінійному розмірі  $X$ , загальне число бурових свердловин у акумуляторі  $k$  й крок свердловин  $L$ . Варіюючи значеннями  $k_a$  та  $R_o$ , встановлюються прийнятні величини, подані у (38). Таким чином, чином співвідношення (35)-(38) визначають всі параметри ґрунтового акумулятора заданої продуктивності.

Вартість створення акумулятора залежить, головним чином, від вартості бурових робіт  $C_{\delta y}$  й вартості теплообмінників  $C_{TO}$ . У результаті опитування підрядних організацій виявилось, що вартість бурових робіт не залежить від діаметру бурової свердловини й визначається витратами  $\Pi_{\delta y}$  на 1 погонний метр буріння:

$$C_{\delta y} = k \cdot Z \cdot \Pi_{\delta y} \quad (39)$$

Згідно з аналізом цін полімерних труб, з котрих виготовляють теплообмінники, вартість одного погонного метру труби даного сортаменту пропорційна площі поперечного перерізу власне труби, тобто ціна труби визначається вартістю матеріалу, що витрачається на її виготовлення. Відповідно, вартість теплообмінників, наприклад, оптимальної 12-трубної конструкції [5,6], виготовленої з труб діаметром  $d$  з товщиною стінки  $\delta$ , при ціні  $m^3$  матеріалу труби  $\Pi_T$  буде:

$$C_{TO} = 12\pi \cdot d \cdot \delta \cdot k_a \cdot Z \cdot \Pi_T \quad (40)$$

Згідно з [5] маємо співвідношення:

$$d = 0,4 \cdot R_o, \quad \delta = \frac{p \cdot d}{2\sigma}. \quad (41)$$

Із урахування (41) вираз (40) можна подати :

$$C_{TO} = \tilde{a}_1 \cdot R_o^2 k_a \cdot Z \cdot \Pi_T; \quad \tilde{a}_1 = 0,96\pi \frac{p}{\sigma} \quad (42)$$

Згідно з (38) маємо:

$$k = k_a + 2\sqrt{k_a} + 1 = (\sqrt{k_a} + 1)^2 \quad (43)$$

Тоді сумарну вартість акумуляторів  $C = C_{TO} + C_{\delta y}$  можна подати співвідношенням:

$$\frac{C}{Z\Pi_{\delta y}} = k_a + 2k_a^{1/2} + 1 + \frac{\beta}{k_a} = f(k_a), \quad (44)$$

$$\beta = \tilde{a}_1 \cdot \bar{b}^2 \cdot \frac{\Pi_T}{\Pi_{\delta y}}, \quad \bar{b} = \frac{N}{2\pi Z q_o} \quad (45)$$

Легко впевнитись, що функція (44) повинна

мати *min*. Дійсно:

$$\begin{aligned} k_a \rightarrow 0, f(k_a) &\rightarrow \infty; \\ k_a \rightarrow \infty, f(k_a) &\rightarrow \infty; \end{aligned} \quad (46)$$

Отже має існувати скінченне значення (*min*),  $f(k_a)$ , що визначить найменші витрати на спорудження ґрунтового акумулятора заданої продуктивності, й тим самим встановить економічно оптимальне співвідношення між  $k_a$  та  $R_o$  (див. формулу (37)). Застосовуючи стандартну процедуру знаходження екстремуму функції, матимемо:

$$\begin{cases} \frac{\partial f}{\partial k_a} = 1 + k_a^{-0,5} - \beta k_a^{-2}; \\ \frac{\partial^2 f}{\partial k_a^2} = -0,5k_a^{-0,5} + 2\beta k_a^{-3}; \\ 1 + k_{a,m}^{-0,5} - \beta k_{a,m}^{-2} = 0; \\ \left. \frac{\partial^2 f}{\partial k_a^2} \right|_{k_a=k_{a,m}} > 0. \end{cases} \quad (47)$$

Для знаходження  $k_{a,m}$  введемо заміну:  $k_{a,m}^{-0,5} = W$ . Тоді отримаємо рівняння четвертого степеня:

$$1 + W - \beta W^4 = 0 \Leftrightarrow \beta W^4 - W - 1 = 0 \quad (48)$$

Точний розв'язок рівняння (48).

$\beta W^4 - W - 1 = 0$ . Краще це рівняння розв'язати графічно (рис.4.).

$$\bar{f}_1 = W + 1; \quad \bar{f}_2 = \beta \cdot W^4$$

Для кожного  $\beta$  є точка перетину  $\bar{f}_1, \bar{f}_2$ , що й визначає корінь рівняння (48), який позначимо  $W_o$ . Звідси:

$$k_{a,m}^{-0,5} = W_o \Rightarrow W_o^{-2} = \frac{1}{W_o^2} \quad (49)$$

Якщо , тоді можна користуватись спрощеною [8]:

$$W = \beta^{-0,25} \Rightarrow k_{a,m} = W^{-2} = \beta^{1/2} = \sqrt{\beta} \quad (50)$$

Точний розв'язок рівняння можна отримати, використовуючи [9].

$$\beta W^4 - W - 1 = 0 \Rightarrow W^4 - \frac{1}{\beta} W - \frac{1}{\beta} = 0 \quad (51)$$

Кубічна резольвента рівняння (51) має вид: а)спочатку знаходимо приведенне рівняння

$$\begin{aligned} (y^*)^4 - \bar{q}y^* - \bar{r} &= 0; \quad y^* \equiv W; \\ \bar{q} &= -\frac{1}{\beta}; \quad \bar{r} = -\frac{1}{\beta}; \end{aligned} \quad (52)$$

Потім власне кубічну резольвенту (51)

$$(\bar{z})^3 - 4\bar{r} \cdot \bar{z} - \bar{q}^2 \Rightarrow (\bar{z})^3 + \frac{4}{\beta} \bar{z} - \frac{1}{\beta^2} = 0. \quad (53)$$

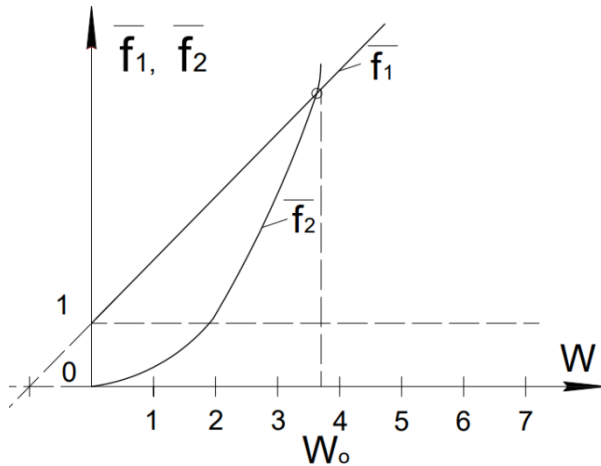


Рис.4. Графічний розв'язок рівняння  $f_1 = W + 1$ ;  $f_2 = \beta \cdot W^4$

Рівняння (53) співпадає з приведеним (для вже кубічного рівняння):

$$\begin{aligned} (\bar{z})^3 + p^* \cdot \bar{z} + q^* &= 0, \\ p^* &= \frac{4}{\beta}, \quad q^* = -\frac{1}{\beta^2}. \end{aligned} \quad (54)$$

Знайдемо дискримінант  $D$  (54) рівняння:

$$\begin{aligned} D &= \left(\frac{p^*}{3}\right)^2 + \left(\frac{q^*}{3}\right)^2 = \left(\frac{4}{3\beta}\right)^2 + \frac{1}{4\beta^4} = \\ &= \frac{64}{27\beta^3} + \frac{1}{4\beta^4} > 0 \end{aligned} \quad (55)$$

Корені рівняння (54) знаходимо по формулі Кардано:

$$\begin{cases} \bar{z}_2 = -\frac{(u+v)}{2} + \frac{(u-v)}{2} \cdot i \cdot \sqrt{3}; \\ i^2 = -1; \\ \bar{z}_3 = -\frac{(u+v)}{2} - \frac{(u-v)}{2} \cdot i \cdot \sqrt{3}; \\ \bar{z}_1 = u+v; \\ u = \sqrt[3]{-\frac{q^*}{2} + \sqrt{D}}; \\ v = \sqrt[3]{-\frac{q^*}{2} - \sqrt{D}} \end{cases} \quad (56)$$

Якщо згадати (54), тоді для  $u$  та  $v$  маємо:

$$\begin{aligned} u &= \sqrt[3]{\frac{1}{2\beta^2} + \left\{\frac{64}{27\beta^3} + \frac{1}{4\beta^4}\right\}^{\frac{1}{2}}}; \\ v &= \sqrt[3]{\frac{1}{2\beta^2} - \left\{\frac{64}{27\beta^3} + \frac{1}{4\beta^4}\right\}^{\frac{1}{2}}}; \end{aligned} \quad (57)$$

Зрозуміло, що  $u > v$ .

У якості розв'язку рівнянь (51), (52) візьмемо один з коренів:

$$\begin{aligned} W_1 &= \frac{1}{2} \left\{ \sqrt{\bar{z}_1} + \sqrt{\bar{z}_2} + \sqrt{\bar{z}_3} \right\}; \\ W_2 &= \frac{1}{2} \left\{ \sqrt{\bar{z}_1} - \sqrt{\bar{z}_2} - \sqrt{\bar{z}_3} \right\} \cdot \frac{1}{2} \end{aligned} \quad (58)$$

$$\begin{cases} \sqrt{\bar{z}_2} = \sqrt{\text{Re}\bar{z}_2 + i \cdot \text{Im}\bar{z}_2} = \\ \sqrt{|\bar{z}_2| \cdot \exp\{i\varphi\}} = \\ = |\bar{z}_2|^{\frac{1}{2}} \cdot \exp\left\{i \frac{\varphi}{2}\right\}; \\ \varphi = \arctg\left\{\frac{\text{Im}\bar{z}_2}{\text{Re}\bar{z}_2}\right\}; \end{cases} \quad (59)$$

$$\begin{aligned} \sqrt{\bar{z}_3} &= \sqrt{\text{Re}\bar{z}_2 - i \cdot \text{Im}\bar{z}_2} = \\ &= \sqrt{|\bar{z}_2| \cdot \exp\{-i\varphi\}} = \\ &= |\bar{z}_2|^{\frac{1}{2}} \cdot \exp\left\{-i \frac{\varphi}{2}\right\}; \end{aligned} \quad (60)$$

$$W_1 = \frac{1}{2} \left\{ \sqrt{\bar{z}_1} + 2 \cdot |\bar{z}_2|^{\frac{1}{2}} \cdot \cos\left\{\frac{\varphi}{2}\right\} \right\}; \quad (61)$$

$$W_1 = \frac{1}{2} \left\{ \sqrt{\bar{z}_1} - 2 \cdot |\bar{z}_2|^{\frac{1}{2}} \cdot \cos\left\{\frac{\varphi}{2}\right\} \right\}$$

Найбільшого значення набуває корінь  $W = \frac{1}{\sqrt{k_{a,\min}}}$ , тому ним і обмежимося у якості розв'язку рівнянь (51), (52).

$$\begin{aligned} W &= \frac{1}{2} \left\{ \sqrt{\bar{z}_1} + 2 \cdot |\bar{z}_2|^{\frac{1}{2}} \cdot \cos\left\{\frac{\varphi}{2}\right\} \right\} = \\ &= \frac{1}{2} \left\{ \sqrt{u+v} + 2 \cdot |\bar{z}_2|^{\frac{1}{2}} \cdot \cos\left\{\frac{\varphi}{2}\right\} \right\} = \\ &= \frac{1}{2} \left\{ \sqrt{u+v} + \right. \\ &\quad \left. + 2 \cos\left\{\frac{\varphi}{2}\right\} \sqrt{\frac{(u+v)^2}{4} + \frac{(u-v)^2 3}{4}} \right\} = \\ &= \frac{1}{2} \left\{ \sqrt{u+v} + \right. \\ &\quad \left. + 2 \sqrt{\frac{(u+v)^2}{4} + \frac{(u-v)^2 3}{4}} \times \right. \\ &\quad \left. \times \cos\left\{\frac{1}{2} \arctg\left\{\frac{(u-v) \cdot \sqrt{3}}{(u+v)}\right\}\right\} \right\} \end{aligned} \quad (62)$$

Інакше можна записати так корінь рівняння (51):  $(k_{a,\min})^{-0,5} = W \Rightarrow k_{a,\min} = W^{-2}$ , де:

$$W = \frac{1}{2} \left\{ \sqrt{u+v} + \right. \\ \left. + 2 \sqrt{\frac{(u+v)^2}{4} + \frac{(u-v)^2 3}{4}} \times \right. \\ \left. \times \cos\left[\frac{1}{2} \arctg\left\{\frac{(u-v) \cdot \sqrt{3}}{(u+v)}\right\}\right] \right\} \quad (63)$$

де  $u$  та  $v$  визначаються зі співвідношень (54)-(56).

Можна записати й так:



$$k_{a,min} = 4 \left\{ \begin{aligned} & \sqrt{u+v} + \\ & + 2 \sqrt{\frac{(u+v)^2}{4} + \frac{(u-v)^2 3}{4}} \times \\ & \times \cos \left[ \frac{1}{2} \arctg \left[ \frac{(u-v) \cdot \sqrt{3}}{(u+v)} \right] \right] \end{aligned} \right\}^{-2} \quad (64)$$

де  $(u, v)$  знаходимо зі співвідношень (57);  $k_a$  - це число ефективно працюючих теплообмінників,  $\beta = \tilde{\alpha}_1 \cdot b^2$ .

$$\begin{aligned} \frac{C_T}{C_{\delta y}} &= 0,96\pi \cdot \frac{p}{\sigma} \cdot \frac{N^2}{(2\pi z \cdot q_o)^2} \cdot \frac{C_T}{C_{\delta y}} = \\ &= \frac{0,96\pi}{4\pi^2} \cdot \frac{p}{\sigma} \cdot \frac{N^2}{Z^2 q_o^2} \cdot \frac{C_T}{C_{\delta y}} = \\ &= \frac{0,24}{\pi} \cdot \frac{p}{\sigma} \cdot \frac{N^2}{Z^2 q_o^2} \cdot \frac{C_T}{C_{\delta y}}. \end{aligned} \quad (65)$$

Остаточно,

$$\beta = \frac{0,24}{\pi} \cdot \frac{p}{\sigma} \cdot \frac{N^2}{Z^2 q_o^2} \cdot \frac{C_T}{C_{\delta y}} \quad (66)$$

Оптимальне (у економічному сенсі) співвідношення між  $k_a$  та  $R_o$  (радіусом основної області теплообмінника):

$$k_{a,min} \cdot R_o = \frac{N}{2\pi z \cdot q_o} \quad (67)$$

де  $N$  - потужність акумулювання,  $q_o$  - щільність теплового потоку на зовнішній поверхні теплообмінника.

Розрахунок конкретного прикладу. Маємо наступні вихідні дані. Нехай у літній період ( $\tau_a = 180$  діб  $= 1,555 \cdot 10^7$  с) необхідно акумулювати надлишкову теплоту когенераційної станції з тепловою потужністю  $N = 1$  МВт [7] за максимально досяжної температури ґрунтового акумулятора  $T_{o,max} = 65^\circ\text{C}$  й щільності теплового потоку на стінці ґрунтових теплообмінників  $q_o = 100 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}$ . Теплофізичні характеристики ґрунту наступні:  $C_m = 1,15 \cdot 10^3 \frac{\text{Дж}}{(\text{кг} \cdot ^\circ\text{K})}$ ,

$T_m = 8^\circ\text{C} = 281^\circ\text{K}$ ,  $\rho_m = 1,84 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$ ,  
 $\lambda_m = 1,42 \frac{\text{Вт}}{(\text{м} \cdot ^\circ\text{K})}$ , Підрахунки за формулами (другими) (1), (4), (45) й формулам (15), (37) дають значення  $\tilde{E}_a = 1,289 \cdot 10^5 \text{ м}^3$ ,  $R_o = 15,8$  м,  $Z = 25,3$  м,  $X = Y = 50,6$  м,  $b = 69,93$  м, (акумулятор з теплоізоляційним щитом).

У проекті застосовуються труби марки UPOTEN PE80 SDR11PN10. Аналіз даних прейскуранту на ці труби дозволяє обчислити, що, незалежно від значення діаметру труб,  $\frac{p}{\sigma} = 0,184$ ,  $C_T = 3,7 \cdot 10^3$  €/м. Опитування бурових організацій призвело до результату  $C_{\delta y} = 25$  €/м. Таким чином, згідно першої формули (45) параметр  $\beta = 0,402 \cdot 10^6$ .

Розв'язок рівняння (48), який задовольняє цілому значенню числа свердловин  $m$  на лінійному розмірі  $X$ , дає:  $m = 26$ ,  $k_a = 625$ ,  $k = 676$ ,  $L = 2,0$  м.

Тоді згідно (37),  $R_o = 0,110$  м й діаметр труб, які використовуються для виготовлення 12-трубною теплообмінника, буде  $d = 44$  мм (перша формула (41)). Підстановкою значень  $k_a$  та  $\beta$  у другу формулу (47) можемо впевнитись у мінімумі функції  $f(k_a)$ .

Тепер неважко підрахувати основні витрати на створення економічно оптимального ґрунтового теплообмінника (формули (39), (40)):

$$C_{\delta} = 427570 \text{ €}, \quad C_{TO} = 388192 \text{ €}, \quad C = 815762 \text{ €}.$$

**Висновки.** Поданий техніко-економічний аналіз дозволяє визначити розміри ґрунтового акумулятора з мінімальним відношенням теплових місткостей буферної підобласті й основної області акумулювання, а також встановити зв'язок між числом ґрунтових теплообмінників та їх розмірами, що забезпечує мінімальні витрати на створення акумулятора.

## Література.

1. Накорчевский А.И., Басок Б.И., Беляева Т.Г. Проблемы ґрунтового акумултрования теплоты и методы их решения. Промышленная теплотехника. Т.25, №3. С.42-50.
2. Накорчевский А.И.. Динамика ґрунтового аккумуляирования теплоты и выбор рациональных решений. Инженерно-физический журнал. 2004. Т.77, №4. С.10-19.
3. Накорчевский А.И., Басок Б.И., Беляева Т.Г. Технологические показатели различных схем ґрунтового аккумуляирования теплоты. Теплоэнергетика. 2006. №3. С.29-35.
4. Накорчевский А.И., Басок Б.И., Беляева Т.Г. Некоторые аспекты использования теплоты солнечной радиации для коммунального теплоснабжения. Известия РАН. Энергетика. 2007. №1. С.86-95.
5. Накорчевский А.И., Басок Б.И. Оптимальная конструкция ґрунтовых теплообменников. Промышленная теплотехника. 2005. Т.27, №6. С.27-31.
6. Ґрунтовий теплообмінник. Патент на винахід №78611. Україна.
7. Долинский А.А., Накорчевский А.И. Основные положения проекта «Когенерация - аккумуляирование –

тепловые насосы». Промышленная теплотехника.2006. Т.28, №4. С.72-79.

8. Накорчевский А.И. Техничко-экономический анализ грунтовых аккумуляторов теплоты. Промышленная теплотехника. 2007. Т.29, №6. С.61-66.

9. Бронштейн И.Н., Семендеев К.А. Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов. М.:Наука, 1986. 544с.

#### References

1. Nakorchevskiy A.I., Basok B.I., Belyayeva T.G. Problemy gruntovogo akumulirovaniya teploty i metody ikh resheniya. Promyshlennaya teplotekhnika. T.25, №3. S.42-50.

2. Nakorchevskiy A.I.. Dinamika gruntovogo akumulirovaniya teploty i vybor ratsional'nykh resheniy. Inzhenerno-fizicheskiy zhurnal. 2004. T.77, №4. S.10-19.

3. Nakorchevskiy A.I., Basok B.I., Belyayeva T.G. Tekhnologicheskiye pokazateli razlichnykh skhem gruntovogo akumulirovaniya teploty. Teploenergetika. 2006. №3. S.29-35.

4. Nakorchevskiy A.I., Basok B.I., Belyayeva T.G. Nekotoryye aspekty ispol'zovaniya teploty solnechnoy radiatsii dlya komunal'nogo teplosnabzheniya. Izvestiya RAN. Energetika.2007. №1. S.86-95.

5. Nakorchevskiy A.I., Basok B.I. Optimal'naya konstruktsiya gruntovykh teploobmennikov. Promyshlennaya teplotekhnika.2005. T.27, №6. S.27-31.

6. Gruntoviy teploobmennik. Patent na vinakhid №78611. Ukraїna.

7. Dolinskiy A.A., Nakorchevskiy A.I. Osnovnyye polozheniya proyekta «Kogeneratsiya - akumulirovaniye – teplovyye nasosy». Promyshlennaya teplotekhnika.2006. Т.28, №4. S.72-79.

8. Nakorchevskiy A.I. Tekhniko-ekonomicheskii analiz gruntovykh akumulirovaniya teploty. Promyshlennaya teplotekhnika. 2007. Т.29, №6. S.61-66.

9. Bronshteyn I.N., Semendeyev K.A. Spravochnik po matematike dlya inzhenerov i uchashchikhsya vtuzov. М.:Наука, 1986. 544с.

UDC 662.995+536.242

## Improvement of the methods of structural-parametric optimization in the analysis of ground heat accumulators

Y.Chovniuk<sup>1</sup>, A. Moskvitina<sup>2</sup>, I. Peftieva<sup>3</sup>

<sup>1</sup>PhD, associate professor. National University of Life and Environmental Sciences of Ukraine, Kyiv, Ukraine, [yhovnyuk@ukr.net](mailto:yhovnyuk@ukr.net), ORCID: 0000-0002-0608-0203

<sup>2</sup> PhD, Assistant. Kyiv National University of Construction and Architecture, Kyiv, Ukraine, [moskvitina.as@knuba.edu.ua](mailto:moskvitina.as@knuba.edu.ua), ORCID: 0000-0003-3352-0646

<sup>3</sup>Assistant. Kyiv National University of Construction and Architecture, Kyiv, Ukraine, [piefteva.io@knuba.edu.ua](mailto:piefteva.io@knuba.edu.ua), ORCID: 0000-0002-8858-9010

*Abstract. Accumulators of high thermal capacity are organized in a natural soil mass ordered by a set ("bush") of vertical/horizontal heat exchangers, which are placed either in boreholes or inside cylindrical cavities of a concrete mass in pipes. As a result of accumulation, a main region of accumulated heat is created, which is limited by the outer contour of the "bush", of a certain volume and with a certain temperature, as well as a buffer sub-region of a certain volume, which touches the main one and is the result of thermal interaction of the volume of the main region with the surrounding soil mass, which has constant temperature. The smallest dimensions of the buffer subregion will be in the case of a uniform temperature distribution over the main volume. This is achieved by organizing the same heat load that falls on each heat exchanger, the same potential of the intermediate heat carrier and a small difference in its temperatures, respectively, at the inlet and outlet of each heat exchanger, and a number of other requirements. The dimensions of the buffer subregion can be reduced by creating an upper heat shield. This will lead to a reduction in the dimensions of the entire structure and there will be no need for thermal insulation of pipelines that supply and discharge the coolant in the middle of the heat accumulator. In this case, the dimensions of the structure must be optimal, i.e. meet a certain criterion, in which the ratio of the volume of the buffer subregion to the volume of the entire heat accumulator is minimal. An improved method of structural-parametric optimization of ground heat accumulators in the process of analyzing their functioning is presented. The optimal ratios of the dimensions of these accumulators with an upper heat-insulating shield (or without it) and a developed technique are determined that allow finding the number of heat exchangers, their parameter and the distance between them to ensure minimal costs for building an accumulator.*

*Key words: ground heat accumulators; heat-insulating shield; optimization of the design of the heat accumulator; seasonal accumulation of heat.*