

УДК 620.91:004.94

## Моделювання однофазної неізотермічної фільтрації в підземних циркуляційних системах

І. Е. Фуртат<sup>1</sup>, О. М. Кравчук<sup>2</sup>

<sup>1</sup>к.т.н., доц. НТУУ «КПІ ім. І. Сікорського», м. Київ, Україна, i.e.furtat@gmail.com

<sup>2</sup>студ. НТУУ «КПІ ім. І. Сікорського», м. Київ, Україна, o.m.kravchuk@ukr.net

*Анотація.* Для підвищення техніко-економічних показників геотермальних установок необхідне проведення комплексних досліджень за допомогою чисельних методів. У даній роботі розглянута математична модель однофазної неізотермічної фільтрації та запропонована методика моделювання переміщення температурного фронту при неізотермічній фільтрації, яка базується на нерозривності потоку рідини. Даний етап дозволяє визначити основні технологічні параметри геотермальної установки (температура та тиск теплоносія), спрогнозувати теплові процеси в підземних циркуляційних системах та визначити режим експлуатації, який забезпечить ефективне вилучення геотермальної енергії. Чисельне рішення задачі неізотермічної фільтрації представлено методом та верифікація отриманих даних буде виконана в подальших дослідженнях. Практична цінність роботи полягає в можливості використання отриманих результатів у науково-дослідних та проектних організаціях при оптимізації параметрів геотермальних установок.

*Ключові слова:* математичне моделювання, геотермальна циркуляційна система, температурне поле, однофазна фільтрація.

**Вступ.** Дефіцит палива є однією з причин енергетичної кризи в Україні. Практично єдиним шляхом скорочення імпорту органічного палива є інтенсивне освоєння нетрадиційних джерел енергії. Найменш освоєним серед нетрадиційних джерел є геотермальна енергія. Видобування і використання геотермальної енергії зі зворотним закачуванням відпрацьованих термальних вод практично не чинить негативного впливу на навколишнє природне середовище і не пов'язане з використанням значних площ на поверхні Землі. Незважаючи на очевидні позитивні якості геотермальної енергії та великий потенціал, практичне освоєння цього джерела енергії в Україні знаходиться на початковій стадії.

**Актуальність дослідження.** В Україні, як і в багатьох інших країнах, вже довгий час ведуться наукові роботи з дослідження та оптимізації систем видобування геотермальної енергії. Незважаючи на отримані позитивні практичні результати в цій області, їх недостатньо. Однією з основних причин повільного розвитку геотермальної енергетики є відсутність точних методів прогнозування теплових і гідродинамічних процесів у глибинних шарах землі.

**Останні дослідження та публікації.** У роботі [1] розглядалася термогідродинамічна модель процесу неізотермічної фільтрації води та наведені дані чисельного моделювання температурного поля в пористому шарі. Результати моделювання процесів теплообміну в підземному колекторі представлено в роботі [2].

Однак, недостатня узгодженість отриманих даних потребує проведення додаткових досліджень.

**Формулювання цілей статті.** Математичне моделювання є ефективним засобом вирішення досить складних задач: оцінки запасів теплоти, вибору раціональних схем розвідки, проектування та оптимізації систем експлуатації геотермальних родовищ. Метою роботи є розробка методу моделювання руху температурного фронту при неізотермічній фільтрації, який базується на нерозривності потоку рідини.

**Основна частина.** Підземний проникний шар (колектор) – це пористе середовище, яке складається з частинок або блоків породи, що під дією гірського тиску щільно прилягають один до одного, утворюючи безперервну структуру, яка називається скелетом пласта.

Передача теплоти в пласті відбувається від частинки до частинки через рідину, що заповнює пори між частинками породи і через контакти між ними, що обумовлює ефективний коефіцієнт теплопровідності пласту.

Зазвичай, приймають наступні припущення:

1. Проникний шар і оточуючий гірський масив однорідні та ізотропні;
2. Інтенсивність теплопритоків від підстилаючих і покриваючих порід оточуючого пласту гірського масиву однакові;
3. Розміри частинок породи та їхня геометрична форма не змінюються вздовж осі координат;
4. Рідина рівномірно обтікає всі частинки породи і повністю заповнює пори.

З урахуванням наведених припущень процес теплообміну та фільтрації описуються такими рівняннями:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( K(T)m \frac{\partial H}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( K(T)m \frac{\partial H}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( K(T)m \frac{\partial H}{\partial z} \right) = \mu \frac{\partial H}{\partial \tau}; \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda(T)m \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \lambda(T)m \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \lambda(T)m \frac{\partial T}{\partial z} \right) - c\rho\rho m v_x \frac{\partial T}{\partial x} - \\ - c\rho\rho m v_y \frac{\partial T}{\partial y} - c\rho\rho m v_z \frac{\partial T}{\partial z} + w = (c_0\rho_0(1-p) + c\rho p)m \frac{\partial T}{\partial \tau}, \end{aligned} \quad (2)$$

при  $\tau = 0$ ;  $T(x, y, z) = T_0(x, y, z)$ ;  $H(x, y, z) = H_0(x, y, z)$ ,

де  $T$  – температура;  $\lambda(T)$  – коефіцієнт теплопровідності водоносної породи;  $v_x, v_y, v_z$  – проекції швидкості фільтрації на осі координат;  $\tau$  – час;  $w$  – інтенсивність джерел теплоти;  $c, c_0$  – питома теплоємність рідини і гірської породи;  $\rho, \rho_0$  – густина рідини і гірської породи;  $p$  – пористість;  $m$  – потужність пласту;  $K(T)$  – коефіцієнт фільтрації;  $H$  – напір;  $\mu$  – коефіцієнт пружноємності водоносних порід.

Граничні умови визначаються для конкретної задачі.

Якщо припустити, що температура рідини змінюється стрибкоподібно від  $T_{гар}$  – температури гарячої води до  $T_{хол}$  – температури холодної води, то границя  $\Gamma$

переходу від однієї температури до іншої є температурним фронтом. Коефіцієнт фільтрації (у загальному випадку може бути кусково-постійним, тобто залежати від координат) при переході через границю  $\Gamma$  змінюється від  $K_{\text{зар}}$  – коефіцієнт фільтрації гарячої води до  $K_{\text{хол}}$  – коефіцієнт фільтрації холодної води.

Пропонується наступний метод моделювання руху температурного фронту, який базується на нерозривності потоку рідини на границі  $\Gamma$ .

$$-K_{\text{хол}} \left. \frac{\partial H_{\text{хол}}}{\partial n} \right|_{\Gamma} = -K_{\text{зар}} \left. \frac{\partial H_{\text{зар}}}{\partial n} \right|_{\Gamma}.$$

Приймаємо, що час роботи циркуляційної системи обмежений часом досягнення температурним фронтом експлуатаційної свердловини. Раніше проведеними дослідженнями встановлено, що теплоприток від гірського масиву, який оточує пласт, у реальних пластових умовах істотно не впливає на час роботи циркуляційної системи в постійному температурному режимі. При видобуванні геотермальної енергії має місце напірна фільтрація, при якій величина  $\mu$  має значення порядку  $10^{-6}$  м. У зв'язку з цим система виходить на стаціонарний режим за короткий час порівняно з часом її роботи. З рахуванням вище сказаного і вважаючи потужність пласта величиною кусково-постійною, перейдемо від вихідної системи диференціальних рівнянь (1) і (2) до наступної системи рівнянь

$$K_{\text{хол}} m \frac{\partial^2 H_{\text{хол}}}{\partial x^2} + K_{\text{хол}} m \frac{\partial^2 H_{\text{хол}}}{\partial y^2} = 0; \quad (3)$$

$$K_{\text{зар}} m \frac{\partial^2 H_{\text{зар}}}{\partial x^2} + K_{\text{зар}} m \frac{\partial^2 H_{\text{зар}}}{\partial y^2} = 0. \quad (4)$$

Зробимо дискретизацію по простору системи рівнянь (3) і (4) з використанням кінцево-різницевих схем. Тоді система рівнянь для вузла  $i, j$  в кінцево-різницевій формі матиме вигляд:

$$\frac{K_{\text{хол}} m}{h^2} \left[ (H_{i+1,j}^{\text{хол}} - H_{i,j}^{\text{хол}}) + (H_{i-1,j}^{\text{хол}} - H_{i,j}^{\text{хол}}) + (H_{i,j+1}^{\text{хол}} - H_{i,j}^{\text{хол}}) + (H_{i,j-1}^{\text{хол}} - H_{i,j}^{\text{хол}}) \right] = 0; \quad (5)$$

$$\frac{K_{\text{зар}} m}{h^2} \left[ (H_{i+1,j}^{\text{зар}} - H_{i,j}^{\text{зар}}) + (H_{i-1,j}^{\text{зар}} - H_{i,j}^{\text{зар}}) + (H_{i,j+1}^{\text{зар}} - H_{i,j}^{\text{зар}}) + (H_{i,j-1}^{\text{зар}} - H_{i,j}^{\text{зар}}) \right] = 0. \quad (6)$$

Розкривши дужки, отримаємо

$$\frac{K_{хол} m}{h^2} (H_{i+1,j}^{хол} + H_{i-1,j}^{хол} + H_{i,j+1}^{хол} + H_{i,j-1}^{хол} - 4H_{i,j}^{хол}) = 0; \quad (7)$$

$$\frac{K_{зап} m}{h^2} (H_{i+1,j}^{зап} + H_{i-1,j}^{зап} + H_{i,j+1}^{зап} + H_{i,j-1}^{зап} - 4H_{i,j}^{зап}) = 0. \quad (8)$$

Методику моделювання системи рівнянь (3) і (4) розглянемо на прикладі п'ятиточкової схеми розміщення свердловин, причому кількість вузлів між свердловинами не грає ролі для реалізації методу. У зв'язку з симетричністю задачі розглядається 1/8 частина блоку.

Визначальною є швидкість течії води вздовж головної лінії току (у напрямку вузлів сітки  $(i, j - i + 1, j + 1 \dots - i + n, j + n)$ ). Визначається швидкість руху води для конкретної ділянки за формулою

$$v_{зап}^{i,j,i+1,j+1} = \frac{K_{зап} \Delta H_{зап}^{i,j,i+1,j+1}}{lp}, \quad (9)$$

де  $i, j$  – індекси вузлових точок;  $\Delta H_{зап}^{i,j,i+1,j+1}$  – різниця напорів між відповідними вузловими точками;  $l$  – відстань між відповідними вузловими точками.

За швидкістю руху теплоносія визначається швидкість просування температурного фронту на даній ділянці

$$v_T^{i,j,i+1,j+1} = \frac{v_{зап}^{i,j,i+1,j+1}}{f}, \quad (10)$$

де  $f$  – коефіцієнт, який враховує зменшення швидкості просування температурного фронту порівняно з гідродинамічною швидкістю руху рідини. Коефіцієнт  $f$  визначається за такою залежністю

$$f = \frac{c_0 \rho_0 (1-p) + c \rho p}{c_0 \rho_0 (1-p)} = 1 + \frac{c \rho p}{c_0 \rho_0 (1-p)}. \quad (11)$$

Тоді час руху температурного фронту на даній ділянці визначається за формулою

$$t^{i,j,i+1,j+1} = \frac{fl}{v_{зап}^{i,j,i+1,j+1}}. \quad (12)$$

Швидкість течії води в напрямку осі  $Y$  вздовж усього сформованого на попередній момент часу температурного фронту визначається за формулами:

а) якщо рух у напрямку  $Y$  починається з вузлової точки

$$v_y^{i,j,i,j+1} = \frac{K_{zap} \Delta H_{y,zap}^{i,j,i,j+1}}{hp}, \quad (13)$$

де  $\Delta H_{y,zap}^{i,j,i,j+1}$  – різниця напорів між відповідними вузовими точками;  $h$  – крок сітки.

б) якщо рух холодної води починається між вузовими точками

$$v_y^{i,j,i,j+1} = \frac{K_{хол} \Delta H_{y,zap}^{i,j,i,j+1}}{p(l_{хол,y}^{i,j,i,j+1})_p}, \quad (14)$$

де  $(l_{хол,y}^{i,j,i,j+1})_p$  – відстань, яку проходить холодна вода (на попередній момент часу).

За швидкістю, з урахуванням часу, знаходиться відстань, пройдена тепловим фронтом у напрямку осі  $Y$

$$l_{хол,y}^{i,j,i,j+1} = \frac{v_y^{i,j,i,j+1} t^{i,j,i,j+1}}{f} + (l_{хол,y}^{i,j,i,j+1})'_p. \quad (15)$$

Якщо  $l_{хол,y}^{i,j,i,j+1} > h$ , то визначаємо час досягнення тепловим фронтом точки

$$t_y^{i,j,i,j+1} = \frac{f [h - (l_{хол,y}^{i,j,i,j+1})'_p]}{v_y^{i,j,i,j+1}}, \quad (16)$$

а також

$$\Delta t_y^{i,j,i,j+1} = t^{i,j,i+1,j+1} - t_y^{i,j,i,j+1}. \quad (17)$$

Потім визначаємо швидкість води на наступній ділянці по осі  $Y$

$$v_y^{i,j+1,i,j+2} = \frac{K_{zap} \Delta H_{y,zap}^{i,j+1,i,j+2}}{hp}. \quad (18)$$

Пройдена на цій ділянці відстань визначається за формулою

$$l_{хол,y}^{i,j+1,i,j+2} = \frac{v_y^{i,j+1,i,j+2} \Delta t^{i,j,i,j+1}}{f}. \quad (19)$$

Потім формуємо фронт холодної води.

Перераховується швидкість течії води уздовж головної лінії току по холодній воді за формулою

$$(v_{хол}^{i,j,i+1,j+1})^* = \frac{K_{хол} (\Delta H_{гап}^{i,j,i+1,j+1})^*}{l_p}. \quad (20)$$

де  $(\Delta H_{гап}^{i,j,i+1,j+1})^*$  – різниця напорів між відповідними вузловими точками.

Якщо швидкість води, визначена по холодній воді, збігається зі швидкістю води, визначеної по гарячій воді, то це істинне значення швидкості і всі отримані дані не потребують коригування. Якщо ж значення швидкостей, визначені по гарячій і холодній воді, різняться між собою, то знаходиться деяка швидкість за формулою

$$(v_{хол}^{i,j,i+1,j+1})_1 = \frac{v_{гап}^{i,j,i+1,j+1} + (v_{хол}^{i,j,i+1,j+1})^*}{2}. \quad (21)$$

Потім проводять ітерації аж до повного збігу  $(v_{хол}^{i,j,i+1,j+1})_n$  і  $(v_{хол}^{i,j,i+1,j+1})^*_n$ , де  $n$  – номер ітерації.

Коли в результаті ітерацій знайдено істинне значення швидкості, переходимо на наступний часовий крок.

**Висновки.** Отриманий чисельний алгоритм дозволяє розраховувати переміщення температурного поля в геотермальному пласті.

**Перспективи подальших досліджень.** Коректність розробленої методики буде перевірено в подальших дослідженнях шляхом проведення аналітичного рішення та співставлення отриманих даних з результатами комп'ютерного моделювання.

### Література

1. Сапрыкина Н. Ю. Математическое моделирование изменения температурного поля грунта в режиме работы ТНУ / Н. Ю. Сапрыкина, П. В. Яковлев // Инженерно-строительный вестник Прикаспия. – 2015. – №1(11). – с. 69-73.
2. Резакова Т. А. Динамика температурного поля в подземном пористом пласте при закачке и откачке геотермальной жидкости / Т. А. Резакова // Пром. теплотехника. – 2010. – 32, № 6. – С. 71-75.

### References

1. Saprykina N. Iu., Yakovlev P. V. "Matematycheskoe modelirovanie izmeneniya temperaturnogo polia hruntf v rezhyme raboty TNU." *Inzhenerno-stroitelnyi vestnik Prykarpattia*, Iss. 1(11), 2015, pp. 69-73.

2. Rezakova T. A. "Dinamika temperaturnogo polia v podzemnom poristom plaste pri zakachke i otkachke heotermalnoi zhidkosti." *Promyshlennaiia teplotekhnika*, no.6, 2010, pp. 71-75.

**УДК 620.91:004.94**

## **Моделирование однофазной неизотермической фильтрации в подземных циркуляционных системах**

**І. Э. Фуртат<sup>1</sup>, О. М. Кравчук<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>к.т.н., доц. НТУУ «КПИ им. И. Сикорского», г. Киев, Украина, i.e.furtat@gmail.com

<sup>2</sup>студ. НТУУ «КПИ им. И. Сикорского», г. Киев, Украина, o.m.kravchuk@ukr.net

*Аннотация. Для повышения технико-экономических показателей геотермальных установок необходимо проведение комплексных исследований с помощью численных методов. В данной работе рассмотрена математическая модель однофазной неизотермической фильтрации и предложена методика моделирования перемещения температурного фронта при неизотермической фильтрации, основанная на неразрывности потока жидкости. Данный этап позволяет определить основные технологические параметры геотермальной установки (температура и давление теплоносителя), спрогнозировать тепловые процессы в подземных циркуляционных системах и определить режим эксплуатации, который обеспечит эффективное изъятие геотермальной энергии. Численное решение задачи неизотермической фильтрации представленным методом и верификация полученных данных будет выполнена в дальнейших исследованиях. Практическая ценность работы состоит в возможности использования полученных результатов в научно-исследовательских и проектных учреждениях при оптимизации параметров геотермальных установок.*

*Ключевые слова: математическое моделирование, геотермальная циркуляционная система, температурное поле, однофазная фильтрация.*

UDC 620.91:004.94

## Simulation of Single-Phase Non-Isothermal Filtration of Groundwater Circulation Systems

I. Furtat<sup>1</sup>, O. Kravchuk<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Candidate of Engineering Sciences NTUU "Igor Sikorsky KPI", Kyiv, Ukraine, i.e.furtat@gmail.com

<sup>2</sup>student NTUU "Igor Sikorsky KPI", Kyiv, Ukraine, o.m.kravchuk@ukr.net.

*Abstract. To improve technical and economic performance indicators of geothermal plants, it is necessary to conduct comprehensive research using numerical methods. In this paper, there is the mathematical model of single-phase non-isothermal filtration and the proposed method of modeling the movement of the temperature front of non-isothermal filtration based on the continuity of fluid flow. This phase will identify the main technological parameters of geothermal installations (temperature and pressure of heat carrier), to predict thermal processes in underground circulation systems and determine the operating mode that will ensure efficient extraction of geothermal energy. The numerical solution of non-isothermal filtration by presented methods and verification of received data will be done in future studies. Practical value consists in possibility of using the results by research and design establishments during the optimization of the parameters of geothermal installations.*

*Keywords: mathematical modeling, geothermal circulation system, temperature field, single-phase filtration.*

*Надійшла до редакції 18 квітня 2017 р.*