

УДК 532.516:536

**Математическая модель и метод расчёта динамики сушки биомассы при производстве пеллет**Н. Н. Сорокова<sup>1</sup>, Д. Н. Коринчук<sup>2</sup>, Ю. Н. Кольчик<sup>3</sup>, Р. А. Шапарь<sup>4</sup><sup>1</sup>д.т.н., с.н.с. Институт технической теплофизики НАН Украины, Киев, [n.sorokova@ukr.net](mailto:n.sorokova@ukr.net), ORCID: 0000-0002-3529-7145<sup>2</sup>к.т.н., с.н.с. Институт технической теплофизики НАН Украины, Киев, [ntps@i.ua](mailto:ntps@i.ua), ORCID: 0000-0001-7752-4345<sup>3</sup>к.т.н., доц. Киевский национальный университет строительства и архитектуры, Украина, [yulia@orbblink.kiev.ua](mailto:yulia@orbblink.kiev.ua), ORCID: 0000-0003-4559-5725<sup>4</sup>к.т.н., с.н.с. Институт технической теплофизики НАН Украины, Киев, [r.sh@ukr.net](mailto:r.sh@ukr.net), ORCID: 0000-0001-6448-8760

*Аннотация.* Пеллеты являются одним из перспективных источников энергии. При их производстве необходима правильная организация процесса сушки сырья. Температура процесса не должна достигать верхнего критического предела – 270 °С – при котором происходит термодеструкция, приводящая к потере горючей составляющей сырья. Для этого разработана математическая модель и численный метод расчёта динамики теплопереноса, фазовых превращений и усадки при сушке коллоидных капиллярно-пористых тел цилиндрической формы в условиях равномерного обдува теплоносителем. Математическая модель строилась на базе дифференциального уравнения переноса субстанции (энергии, массы, импульса) в деформируемых системах. Проведены экспериментальные исследования кинетики обезвоживания частиц энергетической вербы в потоке воздуха с целью верификации математической модели. Сопоставление результатов численных и физических экспериментов свидетельствуют об адекватности математической модели и эффективности метода её реализации. На их основе возможно проводить исследование динамики теплопереноса при сушке частиц различных видов измельчённой биомассы; определять время достижения равновесного влагосодержания в зависимости от свойств материала и сушильного агента. На основе этих данных возможно выбирать оптимальные с точки зрения сохранения энергии и качества высушиваемого продукта режимные параметры процесса.

*Ключевые слова:* биомасса, сушка, математическое моделирование, цилиндрическая частица, барабанная сушилка

**Вступление.** В условиях постоянно растущих цен на традиционные энергоносители, которые используются в системах теплоснабжения, всё более широкое применение находят альтернативные источники энергии. Котлы, работающие на пеллетах, считаются сравнительно новым видом отопительных систем. Они имеют КПД около 85...90 процентов, затраты на их приобретение и установку окупаются в кратчайшие сроки. Производители также предлагают модели, оснащённые дополнительным контуром горячего водоснабжения.

Пеллеты относятся к биотопливу с высокими теплотворными характеристиками и имеют относительно невысокую цену. Благодаря прессованной структуре они удобны в транспортировке и хранении. После сгорания зольный остаток составляет всего половину процента от объёма топлива, и его можно использовать в качестве удобрения. Использование биомассы растительного (в т. ч. древесного) происхождения в качестве сырья для получения топливных брикетов и гранул в последние годы становится все более популярным направлением возобновляемой энергетики в мире.

Для производства пеллет сырьё должно иметь влажность 8...12 %. В большинстве видов биомассы (солома, стебли кукурузы, подсолнечника, древесная стружка, энергетическая

верба, сорго, мискантус) исходное содержание влаги по отношению к общей массе составляет 50...60%. Правильная организация процесса сушки исходного сырья в наибольшей степени определяет качество топливных пеллет.

Сушка биомассы осуществляется преимущественно в барабанных сушильных установках после её предварительного измельчения. В зависимости от температуры  $T_c$ , °С, теплоносителя, сушка может быть умеренно интенсивной ( $T_c = 120...170$  °С) и высокотемпературной ( $T_c = 300...500$  °С). По достижении частицами биомассы температуры 150 °С начинается термическое разложение наименее устойчивых составляющих биомассы с выделением кислородсодержащих газов, что повышает калорийность остатка и, соответственно, биотоплива в целом. Однако нагрев частиц биомассы до температуры 270 °С и выше отрицательно сказывается на качестве сырья. Это обусловлено интенсивным прохождением экзотермических процессов последующих стадий термодеструкции, приводящих к потере горючей составляющей сырья.

Следовательно, важным моментом в разработке технологии сушки биомассы является условие достижения частицами температуры разложения, но не превышение критической температуры.

**Формулировка проблемы и анализ последних достижений.** Создание сушильных технологий требует детального изучения явлений тепломассопереноса и фазовых превращений в высушиваемом материале. Экспериментальное исследование кинетики сушки частиц биотоплива малого размера в условиях достаточно высокой температуры связано с существенными трудностями. Перспективным методом исследования является математическое моделирование динамики сушки одиночной пористой частицы в потоке сушильного агента.

В [1] была построена математическая модель и метод расчета динамики диффузионной сушки капиллярно-пористых тел в форме ограниченного цилиндра. Частицы всех видов биомассы представляют собой коллоидные капиллярно-пористые тела. В работе на базе дифференциального уравнения переноса субстанции [2] построена математическая модель динамики тепломассопереноса, фазовых превращений и усадки при сушке коллоидных капиллярно-пористых тел. Сушка в высокотемпературном сушильном агенте предполагает прохождение процессов переноса вследствие диффузии, фильтрации и фазовых превращений. Обычно барабанные сушильные аппараты оснащены лопаточными устройствами, которые способствуют интенсивному перемешиванию сырья и равномерному обдуву теплоносителем каждой частицы. Форма измельченных частиц биомассы имеет вид полых или сплошных цилиндров конечной длины. Данные положения легли в основу разработки математической модели динамики сушки частиц биомассы.

**Основная часть.** Математическая модель тепло- и массопереноса при обезвоживании коллоидных капиллярно-пористых частиц в форме конечного цилиндра представляется в следующем виде :

$$\begin{aligned}
 c_{эф} \left( \frac{\partial T}{\partial t} + w_{эф,r} \frac{\partial T}{\partial r} + w_{эф,y} \frac{\partial T}{\partial y} \right) &= \\
 = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( \lambda_{эф} \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \lambda_{эф} \frac{\partial T}{\partial y} \right) - LI_V & \quad (1) \\
 \frac{\partial U_{жс}}{\partial t} + \frac{\partial (w_{жс,r} U_{жс})}{\partial r} + \frac{\partial (w_{жс,y} U_{жс})}{\partial y} &= \\
 = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( D_{жс} r \frac{\partial U_{жс}}{\partial r} \right) + &
 \end{aligned}$$

$$+ \frac{\partial}{\partial y} \left( D_{жс} \frac{\partial U_{жс}}{\partial y} \right) - I_V - \frac{U_{жс}}{1 - \varepsilon_V} \frac{\partial \varepsilon_V}{\partial t}, \quad (2)$$

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial U_n}{\partial t} + \frac{\partial (w_{z,r} U_n)}{\partial r} + \frac{\partial (w_{z,y} U_n)}{\partial y} &= \\
 = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( D_n r \frac{\partial U_n}{\partial r} \right) + & \\
 + \frac{\partial}{\partial y} \left( D_n \frac{\partial U_n}{\partial y} \right) + I_V - \frac{U_n}{1 - \varepsilon_V} \frac{\partial \varepsilon_V}{\partial t}, & \quad (3)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial U_е}{\partial t} + \frac{\partial (w_{z,r} U_е)}{\partial r} + \frac{\partial (w_{z,y} U_е)}{\partial y} &= \\
 = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( D_е r \frac{\partial U_е}{\partial r} \right) + & \\
 + \frac{\partial}{\partial y} \left( D_е \frac{\partial U_е}{\partial y} \right) - \frac{U_е}{1 - \varepsilon_V} \frac{\partial \varepsilon_V}{\partial t}. & \quad (4)
 \end{aligned}$$

Здесь  $T$  – температура;  $U_{жс}$ ,  $U_n$ ,  $U_е$  – объемные концентрации жидкой, паровой и воздушной фаз, содержащихся в порах биомассы;  $t$  – время;  $c_{эф}$ ,  $\lambda_{эф}$  – эффективные значения теплоемкости и теплопроводности тела, определяемые выражениями

$$\begin{aligned}
 c_{эф} &= c_m U_m + c_{жс} U_{жс} + c_n U_n + c_е U_е, \\
 \lambda_{эф} &= \frac{\lambda_m U_m}{\rho_m} + \frac{\lambda_{жс} U_{жс}}{\rho_{жс}} + \\
 &+ \frac{\lambda_n U_n}{\rho_n} + \frac{\lambda_е U_е}{\rho_е};
 \end{aligned}$$

$D_{жс}$ ,  $D_n$ ,  $D_е$  – эффективные коэффициенты диффузии компонентов;  $A_D$  – энергия активации;  $I_V$  – интенсивность испарения жидкости в теле;  $L$  – удельная теплота испарения;  $\varepsilon_V$  – относительная объемная деформация;  $w_{эф,k}$  – эффективная скорость связанного вещества,

$$w_{эф,k} = \frac{w_{жс,k} c_{жс} U_{жс} + w_{z,k} (c_n U_n + c_е U_е)}{c_{эф}},$$

в направлении  $k$  ( $k = r, y$ ).

Для нахождения коэффициента диффузии жидкости применялась формула, полученная Н. И. Никитенко [3]

$$D_{8,ж} = \gamma_D [\exp(A_D/RT) - 1]^{-1}, \quad (5)$$

а для коэффициентов диффузии пара и воздуха – известная формула [6]  $D_n = D_a = \gamma_n T^{3/2}/P_z$ .

Скорости фильтрации  $w_\psi$  жидкой и газовой фаз ( $\psi = ж, г$ ) находятся по закону Дарси:  $w_\psi = -K_0 K_\psi / \eta_\psi \nabla P_\psi$ , где  $K_0$  – общая проницаемость среды;  $K_\psi$  – относительная проницаемость фазы  $\psi$ ;  $\eta_\psi$  – динамический коэффициент вязкости фазы  $\psi$ ,  $P_\psi$  – парциальное давление фазы  $\psi$ . Для нахождения  $P_{ж}$  и  $P_z$  необходимо располагать функциями  $U_{ж}, U_n, U_g$  и  $T$ . При этом определяются объёмные доли скелета  $\psi_m$ , жидкости  $\psi_p$  и газа  $\psi_z$  в пористых гранулах:  $\psi_m = 1 - \Pi$ ,  $\psi_{жс} = U_{ж}/\rho_{ж}$  и  $\psi_z = 1 - \psi_m - \psi_{жс}$ , где  $\Pi$  – пористость,  $\rho_{жс}$  – плотность жидкости; рассчитывается парциальная плотность пара и воздуха  $\rho_n = U_n / \psi_z$ ,  $\rho_g = U_g / \psi_z$ , а затем парциальные давления  $P_n = \rho_n R_y T / \mu_n$  и  $P_g = \rho_g R_y T / \mu_g$ . Давление газовой смеси представляется суммой  $P_z = P_n + P_g$ , а давление жидкой фазы равно  $P_{жс} = P_z + P_k$ . Капиллярное давление  $P_k$  находится как среднее капиллярное давление жидкости [2]:

$$P_k = \int_{r_{min}}^{r_{max}} P_{кЛ} dV \int_{r_{min}}^{r_{max}} dV \dots$$

Объём жидкости в капиллярах с радиусами от  $r$  до  $r + dr$  в единичном объёме тела пропорционален дифференциальной функции  $F(r)$  распределения пор по размерам  $dV(r) = \theta(r) F(r) dr$ , где  $\theta(r)$  – объёмная доля капилляра, занятая жидкостью. В результате получаем выражение, аналогичное формуле Лапласа

$$P_k = 2\sigma(T) \frac{\int_{r_{min}}^{r_{max}} \frac{\theta(r)}{r} F(r) dr}{\int_{r_{min}}^{r_{max}} \theta(r) F(r) dr} = \frac{2\sigma(T)}{r^*},$$

где  $r^*$  – характеристический параметр размеров пор,  $r_{min} < r^* < r_{max}$ ;  $r_{min}$  и  $r_{max}$  – минимальный и максимальный радиусы пор единичного объема.

Интенсивность испарения жидкости на наружных поверхностях частиц биомассы [4, 5] находится как разность потоков испаряющейся жидкости и конденсирующегося пара

$$I = \gamma_c \left\{ \phi_m|_{v=0} \left( \exp[A/(RT|_{v=0})] - 1 \right)^{-1} \right\} -$$

$$- \left( \phi_c \left( \exp[A/(RT_c)] - 1 \right)^{-1} \right). \quad (6)$$

Здесь  $\gamma_c$  – коэффициент поверхностного испарения,  $\gamma_c = \varepsilon \rho_{ж} \delta^* / 4$ ;  $\varepsilon$  – коэффициент излучения,  $1/c$ ;  $\delta^*$  – средняя длина диффузионного перескока активизированной частицы в слое жидкости;  $\phi_r$  – влажность парогазовой смеси, которая соответствует согласно изотерме сорбции концентрации  $U_{ж}$  в данной точке тела;  $\nu$  – нормаль к поверхности;  $T_c$  и  $\phi_c$  – температура и относительная влажность внешней среды;  $A$  – энергия активации.

Выражение для удельной интенсивности испарения в объёме тела следует из формулы (6) при условии локального термодинамического равновесия фаз

$$I_V = \gamma_c [\exp(A/RT) - 1]^{-1} (\phi_m - \phi) S, \quad (7)$$

где  $S$  – площадь контакта жидкой и газовой фаз в порах тела не полностью заполненных жидкостью.

Функция  $S$  в единичном объёме тела определялась по формуле, полученной в [5]:

$$S = \frac{2\sqrt{1-\phi_m}}{\rho_{жс} \delta^*} \frac{\partial U_{жс}}{\partial \phi_m}. \quad (8)$$

Производная  $\partial U_{жс} / \partial \phi_r$  находится из уравнения изотермы десорбции. Если изотерма задана в виде  $U_{жс} = U_{max} \phi_m^g$ ,  $g = \text{const}$ , то  $\partial U_{жс} / \partial \phi_r = U_{max} g \phi_r^{g-1}$ . Данные по равновесному влагосодержанию для древесины представлены в [6] довольно точно аппроксимируются уравнением  $W^{-1} = W_{max}^{-1} - 0,12 \ln \phi$ , где максимальное влагосодержание  $W_{max}$  соответствует относительной влажности воздуха  $\phi = 1$  и при температуре  $100^\circ\text{C}$  составляет 16%, а  $U_{жс} = 0,01 W \rho_r$ .

Относительная объёмная деформация  $\varepsilon_V$  находится с помощью аналитического решения осесимметричной задачи о напряженном состоянии полого цилиндра, полученного в [7] при условии, что деформации происходят вследствие неоднородности полей температуры и концентрации компонентов связанного вещества, а также под влиянием равномерно распределенных давлений:  $P_0$  на внутренней цилиндрической поверхности радиуса  $r = r_0$ ,  $P$  на внешней поверхности радиуса  $r = R$  и результирующей силы  $P_y$  вдоль оси цилиндра

у:

$$u_r(r) = \frac{1}{r(1-\nu_{II})} \left[ (1+\nu_{II}) \int_{r_0}^r N r dr + \frac{r^2(1-3\nu_{II}) + r_0^2(1+\nu_{II})}{R^2 - r_0^2} \int_{r_0}^R N r dr + \frac{r\nu_{II} P_y}{E_y \pi (R^2 - r_0^2)} \right] + \frac{1}{E_y r (R^2 - r_0^2)} [r^2(1-\nu_{II})(P_0 r_0^2 - PR^2) + (1+\nu_{II})r_0^2 R^2 (P_0 - P)]; \quad (9)$$

$$\varepsilon_y = \frac{2}{R^2 - r_0^2} \int_{r_0}^R N r dr - \frac{2\nu_{II} P_0 r_0^2 - PR^2}{E_y} - \frac{P_y}{E_y \pi (R^2 - r_0^2)}, \quad (10)$$

где  $u_r, \varepsilon_y$  – проекции вектора перемещения на оси  $r$  и  $y$ ;  $\nu_{II}$  – коэффициент Пуассона;  $E_y$  – модуль упругости;  $N$  – термоконцентрационная функция [5, 7],

$$N = \beta_T (T - T_0) + \sum_{\psi} \beta_{\psi} (\omega_{\psi} - \omega_{\psi 0});$$

$\omega_{\psi}$  – массосодержание компонента  $\psi$ ,  $\beta_T = (\partial x / \partial T) / x$  и  $\beta_{\psi} = (\partial x / \partial \omega_{\psi}) / x$  – средние коэффициенты термического и концентрационного расширения в интервалах температуры  $[T, T_0]$  и массовой концентрации компонента  $\psi$   $[\omega_{\psi}, \omega_{\psi 0}]$ . При  $r_0 = 0$ , уравнения (9) и (10) представляют решение задачи термоконцентрационного деформирования для сплошного цилиндра. Нормальные компоненты тензора деформаций  $\varepsilon_{rr}, \varepsilon_{\varphi\varphi}$  и  $\varepsilon_{yy}$  находятся из соотношений  $\varepsilon_{rr} = \partial u_r / \partial r$ ,  $\varepsilon_{\varphi\varphi} = u_r / r$ ,  $\varepsilon_{yy} = \partial u_y / \partial y = \varepsilon_y$ , откуда

$$\varepsilon_r(t) = [1 + \varepsilon_{rr}(t)][1 + \varepsilon_{\varphi\varphi}(t)][1 + \varepsilon_{yy}(t)] - 1.$$

Если тело является капиллярно-пористым, его усадкой при сушке можно пренебречь и  $\varepsilon_r = 0$ .

Далее проводится задание граничных условий. На поверхности  $r = 0$  для сплошного цилиндра имеют место условия симметрии полей температуры, концентраций и скоростей фильтрации компонентов связанного вещества (11)

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{v=0} &= 0; \quad \left. \frac{\partial U_{жс}}{\partial r} \right|_{v=0} = 0, \\ \left. \frac{\partial U_n}{\partial r} \right|_{v=0} &= 0, \quad \left. \frac{\partial U_{\varepsilon}}{\partial r} \right|_{v=0} = 0, \\ \left. \frac{\partial W_{жсr}}{\partial r} \right|_{v=0} &= 0, \quad \left. \frac{\partial W_{\varepsilon r}}{\partial r} \right|_{v=0} = 0. \end{aligned} \quad (11)$$

На поверхностях, контактирующих с сушильным агентом задаются граничные условия третьего рода

$$\lambda_{эф} \left. \frac{\partial T}{\partial v} \right|_{v=0} = \alpha (T_c - T|_{v=0}) - LI, \quad (12)$$

$$D_{жс} \left. \frac{\partial U_{жс}}{\partial v} \right|_{v=0} + \left. \frac{\partial (w_{жсv} U_{жс})}{\partial v} \right|_{v=0} = I, \quad (13)$$

$$\begin{aligned} -D_n \left. \frac{\partial U_n}{\partial v} \right|_{v=0} + \left. \frac{\partial (w_{\varepsilon v} U_n)}{\partial v} \right|_{v=0} &= \\ &= \gamma_{nc} (U_n|_{v=0} - \rho_{nc} \Psi_n), \\ U_{\varepsilon}|_{v=0} &= \frac{P_c \Psi_{\varepsilon} \mu_{\varepsilon}}{RT|_{v=0}} - U_n|_{v=0} \frac{\mu_{\varepsilon}}{\mu_n}. \end{aligned} \quad (14)$$

Коэффициент теплоотдачи  $\alpha$  определялся с использованием формулы [8]  $Nu = 0,98(0,43 + 0,55 Re^{0,5} Pr^{0,38})$ . Для поверхности  $r = r_0$  при  $T_c = \text{const}$  можно принять  $Nu = 3,66$  [8].

Решение дифференциальных уравнений (1)...(4) при граничных условиях (11)...(14) может быть проведено численным методом на базе явной трёхслойной пересчётной разностной схемы Н. И. Никитенко [5] и процедуре расщепления алгоритма по физическим факторам. Разностная аппроксимация уравнения переноса жидкой фазы (2) на неравномерной разностной сетке  $r_i = R_{en} + ih$ , ( $i = 0, 1, \dots, I$ ;  $h \neq \text{const}$ ,  $R_{en} > 0$ ),  $x_m = mh_y$ , ( $m = 0, 1, \dots, M$ ;  $h_y = \text{const}$ ),  $t_n = n\ell$  ( $n = 0, 1, \dots, \ell > 0$ ) в соответствии с указанной схемой представляется в виде

$$\begin{aligned} \frac{\bar{U}_{ж,i,m}^{n+1} - U_{ж,i,m}^n}{\ell} = \\ = - \left[ \left( (w_{жсr} U_{жс})_{i+1,m}^n - (w_{жсr} U_{жс})_{i,m}^n \right) - \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & - \left[ \left( (w_{жсr} U_{жс})_{i,m}^n - (w_{жсr} U_{жс})_{i-1,m}^n \right) / (2h^2) - \right. \\
 & \quad \left. - \left[ \left( (w_{жсy} U_{жс})_{i,m+1}^n - (w_{жсy} U_{жс})_{i,m}^n \right) - \right. \right. \\
 & \quad \left. \left. - \left[ \left( (w_{жсy} U_{жс})_{i,m}^n - (w_{жсy} U_{жс})_{i,m-1}^n \right) \right] / (2h_y^2) \right] \right] \quad (15)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & (1 + \Omega_{жс}) \frac{\tilde{U}_{жс,i,m}^{n+1} - \bar{U}_{жс,i,m}^{n+1}}{\ell} - \Omega_{жс} \frac{U_{жс,i,m}^n - U_{жс,i,m}^{n-1}}{\ell} = \\
 & - \left[ \left( (w_{жсr} \bar{U}_{жс})_{i+1,m}^{n+1} - (w_{жсr} \bar{U}_{жс})_{i,m}^{n+1} \right) - \right. \\
 & - \left[ \left( (w_{жсr} \bar{U}_{жс})_{i,m}^{n+1} - (w_{жсr} \bar{U}_{жс})_{i-1,m}^{n+1} \right) \right] / (2h^2) - \\
 & - \left[ \left( (w_{жсy} \bar{U}_{жс})_{i,m+1}^{n+1} - (w_{жсy} \bar{U}_{жс})_{i,m}^{n+1} \right) - \right. \\
 & - \left. \left. \left. \left( (w_{жсy} \bar{U}_{жс})_{i,m}^{n+1} - (w_{жсy} \bar{U}_{жс})_{i,m-1}^{n+1} \right) \right] / (2h_y^2) + \right. \\
 & \quad \left. + \frac{1}{2r_{i,m}} \left[ \left( D_{жс,i+1,m} r_{i+1,m} + \right. \right. \right. \\
 & \quad \left. \left. \left. + D_{жс,i,m} r_{i,m} \right) \left( \bar{U}_{жс,i+1,m}^{n+1} - \bar{U}_{жс,i,m}^{n+1} \right) - \right. \right. \\
 & \quad \left. \left. - \left( D_{жс,i,m} r_{i,m} + D_{жс,i-1,m} r_{i-1,m} \right) \times \right. \right. \\
 & \quad \left. \left. \times \left( \bar{U}_{жс,i,m}^{n+1} - \bar{U}_{жс,i-1,m}^{n+1} \right) \right] / h^2 + \right. \\
 & \quad \left. + \left[ \left( D_{жс,i,m+1} + D_{жс,i,m} \right) \left( \bar{U}_{жс,i,m+1}^{n+1} - \bar{U}_{жс,i,m}^{n+1} \right) - \right. \right. \\
 & \quad \left. \left. - \left( D_{жс,i,m} + D_{жс,i,m-1} \right) \times \right. \right. \\
 & \quad \left. \left. \times \left( \bar{U}_{жс,i,m}^{n+1} - \bar{U}_{жс,i,m-1}^{n+1} \right) \right] / (2h_y^2) - I_V ; \quad (16)
 \end{aligned}$$

$$\frac{U_{жс,i}^{n+1} - \tilde{U}_{жс,i}^{n+1}}{\ell} = \frac{\tilde{U}_{жс,i}^{n+1}}{1 + \varepsilon_V} \frac{\varepsilon_{V^{n+1}} - \varepsilon_{V^n}}{\ell} \quad (17)$$

Дифференциальные уравнения (3), (4) аппроксимируются аналогично. Уравнение переноса энергии (1), не содержит функцию  $\varepsilon_V$  и аппроксимируется разностными уравнениями вида (15), (16).

Необходимые условия устойчивости уравнений вида (15...17) находятся методом условного задания некоторых искомым функций системы [5]:

$$\ell_{жс} \leq \left( \frac{w_{жсr}}{h} + \frac{w_{жсy}}{h_y} \right)^{-1} ;$$

$$(1 + 2\Omega_{жс}) / \left[ 2D_{жс} \left( h^{-2} + h_y^{-2} \right) \right] .$$

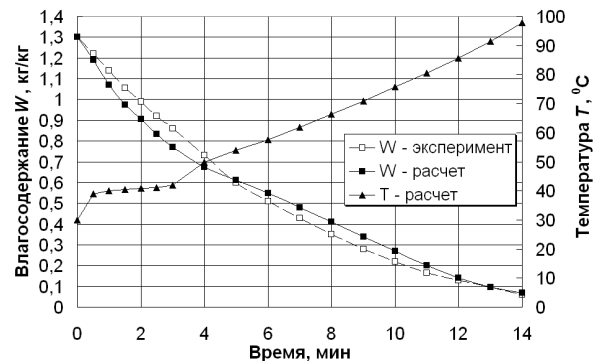
Расчётный шаг по времени определяется из условия  $\ell \leq \min(\ell_T; \ell_{жс}; \ell_n; \ell_\theta)$ .

Разностная аппроксимация граничного

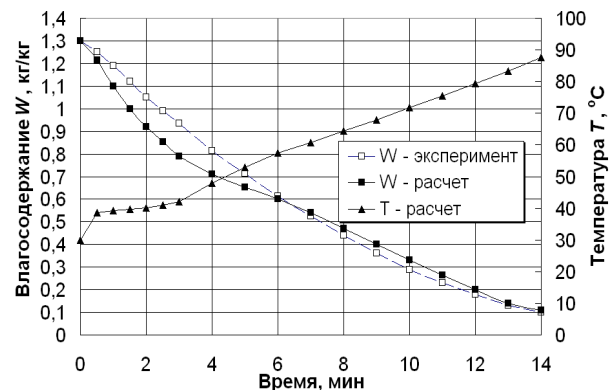
условия (13) для поверхности  $r = R$  представляется в виде

$$\begin{aligned}
 & D_{жс} \frac{\bar{U}_{жсI}^{n+1} - \bar{U}_{жсI-1}^{n+1}}{h} = \\
 & = \gamma_c \left\{ \varphi_{mI} \left[ \exp(A/R_y \bar{T}_I^n) - 1 \right]^{-1} - \right. \\
 & \quad \left. - \varphi_c \left[ \exp(A/R_y T_c) - 1 \right]^{-1} \right\} .
 \end{aligned}$$

**Обсуждение результатов.** Для подтверждения адекватности разработанной математической модели и эффективности численного метода расчёта на стенде Института технической теплофизики НАН Украины было проведено физическое моделирование кинетики сушки частиц энергетической вербы цилиндрической формы в потоке воздуха и математическое моделирование процесса при тех же исходных данных, а именно,  $T_0 = 303 \text{ K}$ ;  $W_0 = 1,3 \text{ кг/кг}$ ;  $\lambda_m = 0,15 \text{ Вт/(м} \cdot \text{K)}$ ;  $c_m = 1840 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{K)}$ ;  $\rho_m = 450 \text{ кг/м}^3$ ;  $A = A_D = 0,4205 \cdot 10^8 \text{ Дж/кмоль}$ ;  $\Pi = 0,58$ .



а



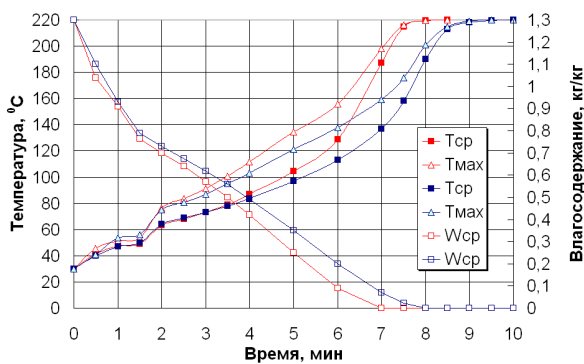
б

Рис. 1. Изменение во времени средних значений влагосодержания  $W$  и температуры  $T$  частиц энергетической вербы цилиндрической формы различного диаметра при сушке в потоке воздуха с параметрами  $T_c = 120 \text{ }^\circ\text{C}$ ,  $w_c = 2 \text{ м/с}$ ,  $d_c = 18 \text{ г/кг с.в.}$ : а –  $d/h = 4,2/10 \text{ мм}$ ; б –  $d/h = 5,6/10 \text{ мм}$   
Результаты расчёта и полученные экспери-

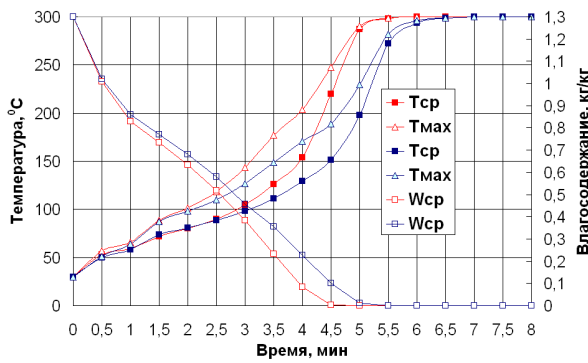
ментальные данные, представленные на рис. 1, достаточно хорошо согласуются.

Далее проводился расчёт высокотемпературной сушки цилиндрических частиц энергетической вербы в потоке дымовых газов в условиях равномерного обдува. Температура теплоносителя задавалась в интервале 200...500 °С. На рис. 2 представлены результаты численных экспериментов для некоторых температур.

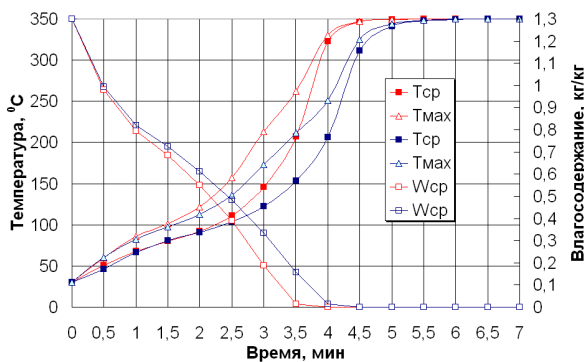
Для практического использования результатов расчёта динамики сушки для определения времени достижения равновесного влагосодержания частицами данного размера в зависимости от температуры теплоносителя, их удобно обобщать в виде номограмм (рис. 3).



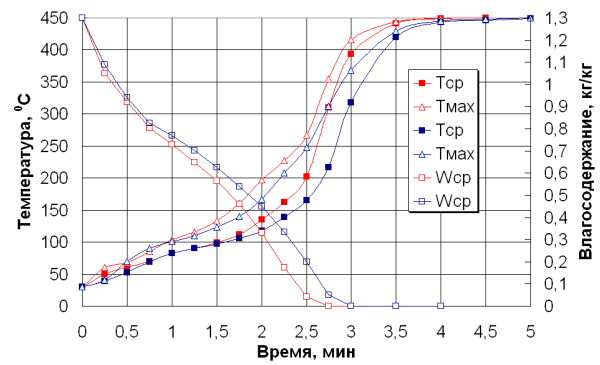
а)  $T_c = 220 \text{ }^\circ\text{C}$



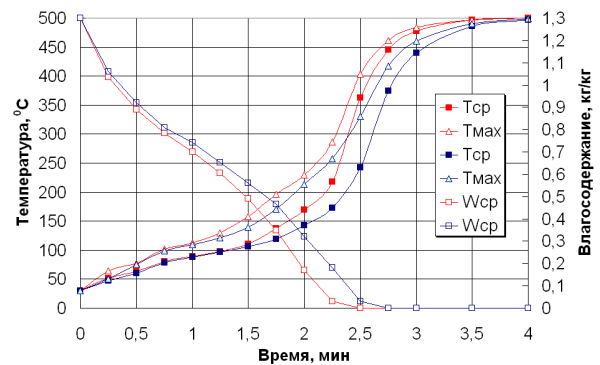
б)  $T_c = 300 \text{ }^\circ\text{C}$



в)  $T_c = 350 \text{ }^\circ\text{C}$



г)  $T_c = 450 \text{ }^\circ\text{C}$



д)  $T_c = 500 \text{ }^\circ\text{C}$

Рис. 2. Изменение во времени средних значений влагосодержания  $W$ , температуры  $T$  и максимальной температуры  $T_{\max}$  на поверхности цилиндрических частичек энергетической вербы с размерами  $d/h = 4,2/10$  мм (красные линии) и  $d/h = 5,6/10$  мм (синие линии) при обезвоживании в потоке сушильного агента с параметрами  $w_c = 2$  м/с,  $d_c = 18$  г/кг с.в. и разными значениями температуры  $T_c$ .

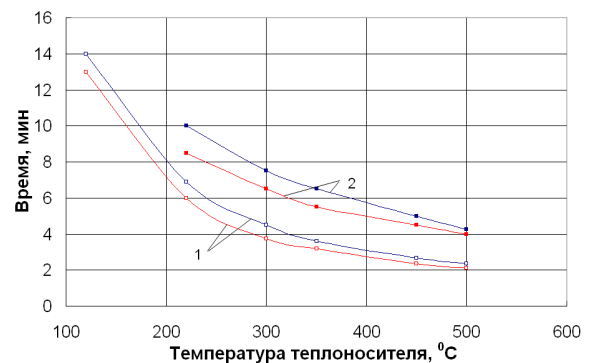


Рис.3 Время достижения частичками энергетической вербы равновесного (0,1 кг/кг) влагосодержания (кривые 1) и температуры теплоносителя (кривые 2) после обезвоживания в зависимости от температуры теплоносителя.

**Выводы.** Результаты математического моделирования динамики и кинетики тепломассопереноса и фазовых превращений при обезвоживании частичек биомассы цилиндрической формы свидетельствуют, что небольшие размеры частиц и высокие коэффициенты теплоотдачи при высокотемпературной сушке обуславливают их интенсивное обезвоживание, причём при

достигненим матеріалом рівнесного влого-держання температура на зовнішніх границях частиць не успеває достигти значення температури сушильного агента. Это дозволяє робити вибір в користь можливого підвищення температури теплоносія до значень, перевищують температуру термодеструкції для даного

матеріала, з метою інтенсифікації процесу.

#### Перспективи дальніших досліджень.

Проведення досліджень, дозволяють оцінити вплив проходження процесу термодеструкції біомаси на динаміку її обезвоживання.

#### Література

1. Сорокова Н. М. Математичне моделювання динаміки сушіння капілярно-пористих тіл циліндричної форми кінцевої довжини / Н. М. Сорокова // Харчова промисловість. – 2008. – №6. – С. 67 – 69.
2. Никитенко Н. И. Математическое моделирование тепломассопереноса, фазовых превращений и усадки с целью оптимизации процесса сушки термолabileльных материалов / Н. И. Никитенко, Ю. Ф. Снежкин, Н. Н. Сорокова // ИФЖ. – 2005. – Т. 78. – № 1. – С. 74 – 87.
3. Никитенко Н. И. Проблемы радиационной теории тепло- и массопереноса в твердых и жидких средах / Н. И. Никитенко // ИФЖ. – 2000. – Т. 73. – № 4. – С. 851-839.
4. Никитенко Н. И. Исследование динамики испарения конденсированных тел на основе закона интенсивности спектрального излучения частиц / Н. И. Никитенко // ИФЖ. – 2002. – Т.75. – № 3. – С. 128-134.
5. Молекулярно-радиационная теория и методы расчета тепло- и массообмена / Н. И. Никитенко, Ю. Ф. Снежкин, Н. Н. Сорокова, Ю. Н. Кольчик. – Киев: Наукова думка, 2014. – 744 с.
6. Лыков А. В. Теория сушки / А. В. Лыков. – Москва: Энергия, 1968. 372 с.
7. Никитенко Н. И. Метод канонических элементов для моделирования переносных процессов в многосвязных областях произвольной формы / Н. И. Никитенко, Ю. Н. Кольчик // Инж.-физ. журнал – 1999. – Т.72. – № 5. – С. 837 – 843.
8. Исаченко В. П., Осипова В. А., Сукомел А. С. Теплопередача / В. П. Исаченко, В. А. Осипова, А. С. Сукомел. – Москва: Энергоиздат, 1981. – 416 с.

#### References

1. Sorokova N. M. “Matematychnе modeliuвання dynamiky sushinnia kapiliarno-porystykh til tsylindrychnoi formy kintsevoi dovzhyny.” *Kharchova promyslovist*, no. 6, 2008, pp. 67-69.
2. Nikitenko N. I., Snezhkin Yu. F., Sorokovaia N. N. “Matematicheskoe modelirovanie teplomassoperenosa, fazovykh prevrascheniy i usadki s tseliu optimizatsii protsessа sushki termolabilelynykh materialov.” *Inzh.-fiz. zhurn.*, vol. 78, no. 1, 2005, pp. 74 – 87.
3. Nikitenko N. I. “Problemy radiatsionnoi teorii teplo- i massoperenosa v tverdykh i zhidkikh sredakh.” *Inzh.-fiz. zhurn.*, vol. 73, no. 4, 2000, pp. 851– 839.
4. Nikitenko N. I. “Issledovanie dinamiki ispareniya kondensirovannykh tel na osnove zakona intensivnosti spektralnogo izlucheniya chastits.” *Inzh.-fiz. zhurn.*, vol. 75, no. 3, 2002, pp. 128-134
5. Nikitenko N. I., Snezhkin Yu. F., Sorokovaia N. N., Kolchik Yu. N. *Molekulyarno-radiatsionnaya teoriya i metody rascheta teplo- i massoobmena*. Naukova dumka, 2014.
6. Lykov A. V. *Teoriya sushki*. Energiya, 1968.
7. Nikitenko N. I., Kolchik Yu. N. “Metod kanonicheskikh elementov dlya modelirovaniya perenosnykh protsessov v mnogosvyaznykh oblastyakh proizvolnoy formy.” *Inzh.-fiz. zhurn.*, vol.72, no. 5, 1999, pp. 837-843.
8. Isachenko V. P., Osipova V. A., Sukomel A. S. *Teploperedacha*. Energoizdat, 1981.

УДК 532.516:536.

## Математична модель і метод розрахунку динаміки сушіння біомаси при виробництві пелет

Н.М. Сорокова<sup>1</sup>, Д. М. Корінчук<sup>2</sup>, Ю.М.Кольчик<sup>3</sup>, Р.О. Шапар<sup>4</sup>

<sup>1</sup>д.т.н., с.н.с. Інститут технічної теплофізики НАН України, Київ, n.sorokova@ukr.net, ORCID: 0000-0002-3529-7145

<sup>2</sup>к.т.н., с.н.с. Інститут технічної теплофізики НАН України, Київ, ntps@i.ua, ORCID: 0000-0001-7752-4345

<sup>3</sup>к.т.н., доц. Київський національний університет будівництва і архітектури, Україна, yulia@orblink.kiev.ua, ORCID: 0000-0003-4559-5725

<sup>4</sup>к.т.н., с.н.с. Інститут технічної теплофізики НАН України, Київ, r.sh@ukr.net, ORCID: 0000-0001-6448-8760

*Анотація. Пелети є одним з перспективних джерел енергії. При їхньому виробництві необхідна правильна організація процесу сушіння сировини. Температура процесу не повинна досягати верхньої критичної межі – 270 °С – при якій відбувається термодеструкція, що призводить до втрати горючої складової сировини. Для цього розроблено математичну модель і чисельний метод розрахунку динаміки тепломасопереносу, фазових перетворень і усадки при сушінні колоїдних капілярно-пористих тіл циліндричної форми в умовах рівномірного обдування теплоносієм. Математична модель будувалася на базі диференціального рівняння переносу субстанції (енергії, маси, імпульсу) в деформованих системах. Проведено експериментальні дослідження кінетики зневоднення частинок енергетичної верби в потоку повітря з метою верифікації математичної моделі. Зіставлення результатів чисельних і фізичних експериментів свідчать про адекватність математичної моделі і ефективності методу її реалізації. На їхній основі можливо проводити дослідження динаміки тепломасопереносу при сушінні частинок різних видів подрібненої біомаси; визначати час досягнення рівноважного вологовмісту залежно від властивостей матеріалу і сушильного агента. На основі цих даних можливо вибирати оптимальні з точки зору збереження енергії та якості висушеного продукту режимні параметри процесу.*

*Ключові слова: біомаса, сушка, математичне моделювання, циліндрична частка, барабанна сушарка*

**UDC 532.516: 536**

## **Mathematical Model and Method for Calculating the Dynamics of Drying Biomass at the Production of Pellets**

N. N. Sorokova<sup>1</sup>, D. N. Korinchuk<sup>2</sup>, Ju. N. Kolchyk<sup>3</sup>, R. A. Shapar<sup>4</sup>

<sup>1</sup>Sc.D, S.Res. Institute of Engineering Thermophysics NAS of Ukraine, Kiev, [n.sorokova@ukr.net](mailto:n.sorokova@ukr.net), ORCID: 0000-0002-3529-7145

<sup>2</sup> PhD, S.Res. Institute of Engineering Thermophysics NAS of Ukraine, Kiev, [ntps@i.ua](mailto:ntps@i.ua), ORCID: 0000-0001-7752-4345

<sup>3</sup>PhD, associate professor. Kyiv National University of Construction and Architecture, Ukraine, [yulia@orbblink.kiev.ua](mailto:yulia@orbblink.kiev.ua), ORCID: 0000-0003-4559-5725

<sup>4</sup>PhD, S.Res. Institute of Engineering Thermophysics NAS of Ukraine, Kiev, [r.sh@ukr.net](mailto:r.sh@ukr.net), ORCID: 0000-0001-6448-8760

*Abstract. All types of biomass (straw, stalks of corn, sunflower, wood shavings, energy willow, sorghum, miscanthus) are colloidal capillary-porous bodies, drying of which is carried out in a high-temperature drying agent and involves the passage of transfer processes due to diffusion, filtration and phase transformations. A mathematical model and a numerical method for calculating the dynamics of heat and mass transfer, phase transformations and shrinkage during the drying of colloidal capillary-porous cylindrical bodies under conditions of uniform cooling by a coolant are developed. The mathematical model was built on the basis of the differential equation of substance transfer (energy, mass, momentum) in deformable systems. It includes the equations diffusion-filtration transfer of energy for the system as a whole, and the mass transfer of the liquid, vapour and air phases in the pores of the body. Formulas are presented for finding the diffusion coefficients in the liquid and gas phases, for the evaporation rate on the surfaces and in the pores of the particles. Experimental studies of the kinetics of dehydration of energy willow particles in the air flow were carried out to verify the mathematical model. Comparison of the results of numerical and physical experiments testify to the adequacy of the mathematical model and the effectiveness of the method for its implementation. On their basis, it is possible to conduct a study of the dynamics of heat and mass transfer during drying of particles of various types of shredded biomass; determine the time to achieve an equilibrium moisture content depending on the properties of the material and the drying agent. It has been established that the small sizes of biomass particles and high heat transfer coefficients at high temperature drying cause their intensive dehydration, and when the material reaches an equilibrium moisture content, the temperature at the outer boundaries of the particles does not reach the temperature of the drying agent. On the basis of these data it is possible to select the process parameters that are optimal from the point of view of energy and quality preservation of the dried product.*

*Keywords: biomass, drying, mathematical modeling, cylindrical particle, drum dryer*

Надійшла до редакції / Received 06.09.2018.